

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ЛЕКЦИЙ

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. 4 часа

Лекция 1. Функции нескольких переменных.

Примеры функции нескольких переменных. Определение. Область определения, множество значений. Примеры на область определения. Геометрический смысл функции двух переменных. Линии уровня. Предел. δ -окрестность точки, функция нескольких переменных как функция точки. Определение предела. Частные приращения функции нескольких переменных, частные производные. Частные производные высших порядков. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования. Примеры.

Лекция 2. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Экстремумы функции двух переменных.

Дифференцируемость функции нескольких переменных. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью (с доказательством), дифференцируемостью и существованием непрерывных частных производных. Полный дифференциал, его геометрическое истолкование. Дифференциалы высших порядков. Производные неявных функций.

Производные сложных функций. Три случая (с доказательствами). Экстремумы функции двух переменных. Необходимое условие экстремума, достаточные условия экстремума.

Раздел 5. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. 6 часов

Лекция 3. Неопределенный интеграл. Свойства.

Задача интегрирования, первообразная функция. Теорема о множестве первообразных (с доказательством). Неопределенный интеграл. Интегрирование. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям. Непосредственное интегрирование: примеры.

Замена переменной. Интегрирование иррациональностей и показательных функций, примеры. Подведение функции под знак дифференциала. Интегрирование по частям. Три основные группы интегралов, вычисляемых по частям.

Лекция 4. Определенный интеграл.

Определенный интеграл как предел интегральных сумм (вывод). Критерий интегрируемости (кусочно-непрерывные функции), геометрический смысл. Свойства определенного интеграла (с доказательствами). Оценки интеграла (с доказательствами).

Лекция 5. Связь между определенным и неопределенным интегралами.

Теорема о среднем (с доказательством). Теорема Барроу о производной интеграла по переменному верхнему пределу (с доказательством). Формула Ньютона-Лейбница (вывод). Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Теорема сравнения.

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

8 часов

Лекция 6. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Определения дифференциального уравнения, его порядка, решения. Интегральная кривая. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Геометрический смысл задачи Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка (без доказательства). Общее и частное решения уравнения первого порядка. Интегрируемость в квадратурах. Основные классы уравнений, интегрируемых в квадратурах. Уравнения с разделяющимися переменными. Алгоритм нахождения общего решения.

Однородные функции k -того порядка. Однородное уравнение первого порядка. Определение. Сведение однородного уравнения к уравнению с разделяющимися переменными с помощью замены переменной. Линейное уравнение первого порядка. Определение. Решение линейного уравнения с помощью метода Лагранжа вариации произвольной постоянной.

Лекция 7. Комплексные числа.

Комплексные числа в алгебраической форме. Геометрическое изображение комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Комплексные числа в тригонометрической форме. Модуль и аргумент комплексного числа. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Возведение в степень. Извлечение корня. Формулы Эйлера. Комплексные числа в показательной форме.

Лекция 8. Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка.

Дифференциальные уравнения 2 порядка. Решение, интегральная кривая. Общее и частное решения. Задача Коши, ее геометрический смысл.

Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка с переменными коэффициентами. Однородное и неоднородное линейные уравнения, определения. Условие существования единственного решения задачи Коши. Линейные однородные уравнения, свойства их решений. Линейно-независимые решения. Фундаментальная система решений. Структура общего решения линейного однородного уравнения (с доказательством). Линейные неоднородные уравнения, структура общего решения (с доказательством). Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

Лекции 9. Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами.

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение для линейного однородного уравнения. Три вида общего решения однородного уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения. Метод неопределенных коэффициентов для решения неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Зависимость частного решения неоднородного уравнения от вида правой части и значений корней характеристического уравнения. Примеры.