

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛЕКЦИЯМ

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. 4 часа

### Лекция 1. Функции нескольких переменных.

1. Приведите примеры функций нескольких переменных.
2. Определение функции нескольких переменных. Область определения, множество значений.
3. Геометрический смысл функции двух переменных. Линии уровня. Что является областью определения функции двух переменных?
4. Функция нескольких переменных как функция точки.
5. Определение предела.
6. Что такое частное приращение функции нескольких переменных?
7. Определение частной производной.
8. Частные производные высших порядков. Сколько вторых производных имеет функция двух переменных? Трех переменных?
9. В чем заключается независимость смешанных производных от порядка дифференцирования?

### Лекция 2. Дифференцируемость функции нескольких переменных.

#### Экстремумы функции двух переменных.

1. Дайте определение дифференцируемой функции нескольких переменных.
2. Является ли дифференцируемая функция непрерывной?
3. При каком условии функция, имеющая частные производные, будет дифференцируемой?
4. Определение полного дифференциала, его геометрический смысл.
5. Как вычислить производную неявной функции одной переменной? Частные производные неявной функции двух переменных?
6. Определение экстремума функции двух переменных.
7. Необходимое условие экстремума функции двух переменных.
8. Достаточные условия экстремума функции двух переменных.
9. В каком случае функция двух переменных не имеет экстремума?
10. В каком случае при нахождении экстремума функции двух переменных необходимы дополнительные исследования?
11. Может ли минимум функции быть больше ее максимума?

Раздел 5. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. 6 часов

### Лекция 3. Неопределенный интеграл. Свойства.

1. Как соотносятся задачи дифференцирования и интегрирования?
2. В чем заключается задача интегрирования?
3. Что такое первообразная функция?

4. Сформулируйте теорему о множестве первообразных.
5. Что называется неопределенным интегралом?
6. Что такое интегрирование?
7. Какие свойства неопределенного интеграла указывают на то, что интегрирование – обратное действие к дифференцированию?
8. Какие свойства неопределенного интеграла являются также свойствами предела?
9. Какие основные методы интегрирования существуют?
10. Напишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
11. Нужно ли возвращаться к старой переменной после вычисления неопределенного интеграла методом замены переменной?
12. Что такое непосредственное интегрирование?
13. Формула подведения функции под знак дифференциала.
14. Формула вычисления интеграла от функции линейного аргумента.
15. Напишите формулу интегрирования по частям.
16. Как интегрируются по частям интегралы 1 группы?
17. Как интегрируются по частям интегралы 2 группы?
18. Как интегрируются по частям интегралы 3 группы?

#### **Лекция 4. Определенный интеграл.**

1. Что такое интегральная сумма?
2. Определение определенного интеграла.
3. Геометрический смысл определенного интеграла.
4. Для каких функций существует определенный интеграл?
5. Что произойдет, если в определенном интеграле поменять местами пределы интегрирования?
6. Сформулируйте свойство аддитивности определенного интеграла.
7. Геометрический смысл свойства аддитивности определенного интеграла.
8. Сформулируйте свойство линейности определенного интеграла.

9. Найти знак интеграла  $\int_{-1}^2 3^{x^2} dx$ .

#### **Лекция 5. Связь между определенным и неопределенным интегралами.**

1. Геометрический смысл теоремы о среднем.
2. Запишите интеграл с переменным верхним пределом.
3. Геометрический смысл интеграла с переменным верхним пределом.
4. Чему равна производная от интеграла с переменным верхним пределом?
5. Запишите неопределенный интеграл через интеграл с переменным верхним пределом.
6. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
7. Что связывает между собой формула Ньютона-Лейбница?
8. Какой интеграл является функцией, а какой – числом?
9. Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле.

10. Запишите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле.
11. Как вычисляется несобственный интеграл с бесконечным верхним пределом?
12. Как вычисляется несобственный интеграл с бесконечным нижним пределом?
13. Как вычисляется несобственный интеграл с бесконечными верхним и нижним пределами?
14. Как вычисляется несобственный интеграл от функции, неограниченной в нижнем пределе интегрирования?
15. Как вычисляется несобственный интеграл от функции, неограниченной в верхнем пределе интегрирования?
16. Как вычисляется несобственный интеграл от функции, неограниченной во внутренней точке отрезка интегрирования?

## Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения. 8 часов

### Лекция 6. Дифференциальные уравнения первого порядка.

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Как определяется порядок дифференциального уравнения?
3. Что такое интегральная кривая?
4. Сформулируйте задачу Коши для дифференциального уравнения 1 порядка. Геометрический смысл задачи Коши.
5. Какое из условий теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка является условием существования? Условием единственности?
6. Как из общего решения получить частное? Решение задачи Коши – это частное решение или общее?
7. Какие уравнения называются интегрируемыми в квадратурах?
8. Общий вид уравнения с разделяющимися переменными.
9. В каких видах можно записать однородное уравнение первого порядка?
10. К какому уравнению и какой заменой сводится однородное уравнение?
11. Определение линейного уравнения первого порядка. В чем отличие однородного линейного уравнения от неоднородного? Линейное однородное уравнение является еще и уравнением другого типа. Какого?
12. В чем состоит идея метода Лагранжа вариации произвольной постоянной?

### Лекция 7. Комплексные числа.

1. Сколько действительных чисел определяют комплексное число в алгебраической форме?
2. Геометрическое изображение комплексного числа.
3. Чему равно число  $i$  и как оно называется?
4. В комплексном числе  $2 - 3i$  определить действительную и мнимую части.
5. Записать комплексно-сопряженные числа. Чему равно их произведение?
6. Разделите комплексное число  $2 - 3i$  на число  $4 + 7i$ .
7. Как перейти от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической?
8. Найти модуль и аргумент комплексного числа  $z = \sqrt{3} + i$ .

9. Найти  $(1 + i)^{12}$ .

10. Запишите комплексное число  $z = 2 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  в показательной форме.

### **Лекция 8. Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка.**

1. Однородное и неоднородное линейные уравнения 2 порядка, определения.
2. Условие существования единственного решения задачи Коши.
3. В чем заключается линейная независимость решений линейного однородного уравнения?
4. Структура общего решения линейного однородного уравнения.
5. Какова структура общего решения линейного неоднородные уравнения?
6. Суть метода Лагранжа вариации произвольных постоянных.
7. Относительно неизвестных  $C_1'(x)$ ,  $C_2'(x)$  система метода Лагранжа решается алгебраически или вычислением интегралов?

### **Лекции 9. Линейные дифференциальные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами.**

1. Как строится характеристическое уравнение для линейного однородного уравнения?
2. Вид общего решения однородного уравнения при различных действительных корнях характеристического уравнения.
3. Вид общего решения однородного уравнения при равных действительных корнях характеристического уравнения.
4. Вид общего решения однородного уравнения при комплексных корнях характеристического уравнения.
5. К каким уравнениям применим метод неопределенных коэффициентов для решения неоднородных уравнений?
6. Что такое квазимногочлен?
7. Какой член в частном решении описывает зависимость частного решения неоднородного уравнения от значений корней характеристического уравнения?
8. Найти вид частного решения линейного неоднородного уравнения, если корни характеристического уравнения  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 1$ , а правая часть  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .
9. Найти вид частного решения линейного неоднородного уравнения, если корни характеристического уравнения  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 1$ , а правая часть  $f(x) = \sin x + \cos x$ .
10. Найти вид частного решения линейного неоднородного уравнения, если корни характеристического уравнения  $\lambda_1 = 2i$ ,  $\lambda_2 = -2i$ , а правая часть  $f(x) = (Ax + B)\sin 2x + C \cos 2x$ .