

15.3.
ВАРИАНТЫ ТИПОВОГО РАСЧЕТА
«ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ»
(ЗАДАЧИ 1–7)

Задача 1. Заданы координаты точек M_1, M_2, M_3 в пространстве.

Составить следующие виды уравнений плоскости σ , проходящей через эти точки:

- а) общее;
- б) нормальное;
- в) «в отрезках» (если возможно).

Исходные данные к задаче 1

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
1	$M_1(3; -7; 1),$ $M_2(0; 2; 1),$ $M_3(4; 0; -1)$	2	$M_1(1; -6; 0),$ $M_2(-1; 3; 0),$ $M_3(3; 1; -2)$	3	$M_1(1; -5; -1),$ $M_2(-2; 4; -1),$ $M_3(2; 2; -3)$
4	$M_1(5; -4; -2),$ $M_2(-3; 5; -2),$ $M_3(1; 0; -4)$	5	$M_1(-1; -3; 3),$ $M_2(-4; 6; -3),$ $M_3(0; 4; -5)$	6	$M_1(-2; -2; -4),$ $M_2(-5; 7; -2),$ $M_3(-1; 5; -6)$
7	$M_1(4; 0; 3),$ $M_2(-7; 6; 2),$ $M_3(0; -3; 5)$	8	$M_1(3; 1; 2),$ $M_2(-6; 5; 3),$ $M_3(-1; -2; 4)$	9	$M_1(2; 2; 1),$ $M_2(-5; 4; 4),$ $M_3(-2; -1; 3)$
10	$M_1(1; 3; 0),$ $M_2(-4; 3; 5),$ $M_3(-3; 0; 2)$	11	$M_1(0; 4; -1),$ $M_2(-3; 2; 4),$ $M_3(-4; 1; 1)$	12	$M_1(-1; 5; 0),$ $M_2(-2; 1; 3),$ $M_3(-5; 2; 0)$
13	$M_1(-2; 6; 1),$ $M_2(-1; 0; 2),$ $M_3(-6; 3; 1)$	14	$M_1(-3; 7; 2),$ $M_2(0; -1; 1),$ $M_3(-7; 4; 2)$	15	$M_1(3; 0; -2),$ $M_2(5; 8; -3),$ $M_3(9; -6; 5)$
16	$M_1(2; 1; -1),$ $M_2(4; 7; -2),$ $M_3(8; -5; 4)$	17	$M_1(1; 2; 0),$ $M_2(3; 6; -1),$ $M_3(7; -4; 3)$	18	$M_1(0; 3; 1),$ $M_2(2; 5; 0),$ $M_3(6; -3; 2)$
19	$M_1(-1; 4; 2),$ $M_2(1; 4; 1),$ $M_3(5; -2; 3)$	20	$M_1(-2; 5; 3),$ $M_2(0; 3; 2),$ $M_3(1; -1; 2)$	21	$M_1(-3; -6; 1),$ $M_2(5; 7; -4),$ $M_3(6; -5; 9)$
22	$M_1(-2; -5; 0),$ $M_2(4; 6; -3),$ $M_3(5; -4; 8)$	23	$M_1(-1; -4; -1),$ $M_2(3; 5; -2),$ $M_3(4; -3; 7)$	24	$M_1(0; -3; -2),$ $M_2(2; 4; -1),$ $M_3(3; -2; 6)$

Продолжение табл.

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
25	$M_1(1; -2; -3),$ $M_2(1; 3; 0),$ $M_3(2; -1; 5)$	26	$M_1(2; -1; -4),$ $M_2(0; 2; 1),$ $M_3(1; 0; 4)$	27	$M_1(3; 0; -5),$ $M_2(-1; 1; 2),$ $M_3(0; 1; 3)$
28	$M_1(4; 1; -6),$ $M_2(-2; 0; 3),$ $M_3(-1; 2; 2)$	29	$M_1(5; 2; -7),$ $M_2(-3; -1; 4),$ $M_3(-2; 3; 1)$	30	$M_1(6; 3; -8),$ $M_2(-4; -2; 5),$ $M_3(-3; 4; 0)$

Задача 2. Даны координаты точки M_0 и вектора \vec{n} . Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 перпендикулярно к вектору \vec{n} .

Исходные данные к задаче 2

Вариант	Координаты точек и вектора	Вариант	Координаты точек и вектора	Вариант	Координаты точек и вектора
1	$M_0(-1; 3; 0),$ $\vec{n} = \{2; 0; -3\}$	2	$M_0(1; -3; 2),$ $\vec{n} = \{9; 0; -5\}$	3	$M_0(1; 5; -7),$ $\vec{n} = \{0; -3; 4\}$
4	$M_0(-3; 2; 8),$ $\vec{n} = \{-3; 5; 0\}$	5	$M_0(9; -3; 6),$ $\vec{n} = \{-8; 0; 9\}$	6	$M_0(3; 7; 2),$ $\vec{n} = \{0; 5; -2\}$
7	$M_0(6; -6; 1),$ $\vec{n} = \{2; -5; 0\}$	8	$M_0(8; 7; -4),$ $\vec{n} = \{6; 0; -1\}$	9	$M_0(4; -2; 1),$ $\vec{n} = \{0; 2; 1\}$
10	$M_0(0; 7; -6),$ $\vec{n} = \{-9; 4; -3\}$	11	$M_0(-2; 0; 4),$ $\vec{n} = \{1; -2; 3\}$	12	$M_0(8; 1; 0),$ $\vec{n} = \{8; 8; 7\}$
13	$M_0(0; 3; -7),$ $\vec{n} = \{-7; -2; 8\}$	14	$M_0(-7; 0; 1),$ $\vec{n} = \{-8; 3; -3\}$	15	$M_0(4; 7; 0),$ $\vec{n} = \{4; -2; 2\}$
16	$M_0(0; -3; 2),$ $\vec{n} = \{1; 6; -1\}$	17	$M_0(5; 0; 4),$ $\vec{n} = \{1; -7; 8\}$	18	$M_0(-3; 5; 0),$ $\vec{n} = \{-4; 8; 3\}$
19	$M_0(1; -3; 5),$ $\vec{n} = \{3; 2; 0\}$	20	$M_0(7; 4; -2),$ $\vec{n} = \{8; 0; -7\}$	21	$M_0(9; -3; 5),$ $\vec{n} = \{0; -1; 2\}$
22	$M_0(-7; 1; 5),$ $\vec{n} = \{2; 4; 7\}$	23	$M_0(3; -6; 0),$ $\vec{n} = \{9; -7; 0\}$	24	$M_0(-3; -4; 6),$ $\vec{n} = \{1; 0; 1\}$
25	$M_0(2; 4; 0),$ $\vec{n} = \{0; 5; -2\}$	26	$M_0(2; -3; 2),$ $\vec{n} = \{-3; 2; 1\}$	27	$M_0(-3; 8; 3),$ $\vec{n} = \{9; 0; 5\}$
28	$M_0(6; 4; -3),$ $\vec{n} = \{-1; 0; 6\}$	29	$M_0(5; 4; -8),$ $\vec{n} = \{1; 2; 3\}$	30	$M_0(3; -3; 7),$ $\vec{n} = \{2; -2; -3\}$

Задача 3. Даны координаты точки M_0 и векторов \vec{a} и \vec{b} . Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 параллельно векторам \vec{a} и \vec{b} .

Исходные данные к задаче 3

Вариант	Координаты точек и векторов	Вариант	Координаты точек и векторов	Вариант	Координаты точек и векторов
1	$M_0(7; 1; -5),$ $\vec{a} = \{0; 3; -1\},$ $\vec{b} = \{4; 9; -6\}$	2	$M_0(6; 2; -4),$ $\vec{a} = \{1; 2; 0\},$ $\vec{b} = \{3; 8; -5\}$	3	$M_0(5; 3; -3),$ $\vec{a} = \{2; 1; 1\},$ $\vec{b} = \{2; 7; -4\}$
4	$M_0(4; 4; -2),$ $\vec{a} = \{3; 0; 2\},$ $\vec{b} = \{1; 6; -3\}$	5	$M_0(3; 5; -1),$ $\vec{a} = \{4; -1; 3\},$ $\vec{b} = \{0; 5; -2\}$	6	$M_0(2; 6; 0),$ $\vec{a} = \{5; -2; 4\},$ $\vec{b} = \{-1; 4; -1\}$
7	$M_0(1; 5; 1),$ $\vec{a} = \{6; -3; 5\},$ $\vec{b} = \{-2; 3; 0\}$	8	$M_0(0; 4; 2),$ $\vec{a} = \{7; -4; 4\},$ $\vec{b} = \{-3; 2; 1\}$	9	$M_0(-1; 3; 3),$ $\vec{a} = \{6; -5; 3\},$ $\vec{b} = \{-4; 1; 2\}$
10	$M_0(-2; 2; 4),$ $\vec{a} = \{5; -6; 2\},$ $\vec{b} = \{-5; 0; 3\}$	11	$M_0(-3; 1; 5),$ $\vec{a} = \{4; -7; 1\},$ $\vec{b} = \{-6; -1; 4\}$	12	$M_0(-4; 0; 6),$ $\vec{a} = \{3; -8; 0\},$ $\vec{b} = \{-5; -2; 5\}$
13	$M_0(-5; -1; 7),$ $\vec{a} = \{2; -7; -1\},$ $\vec{b} = \{-4; -3; 6\}$	14	$M_0(-6; -2; 8),$ $\vec{a} = \{1; -6; -2\},$ $\vec{b} = \{-3; -4; 7\}$	15	$M_0(-7; -3; 7),$ $\vec{a} = \{0; -5; -3\},$ $\vec{b} = \{-2; -5; 8\}$
16	$M_0(-8; -4; 6),$ $\vec{a} = \{-1; -4; -4\},$ $\vec{b} = \{-1; -6; 9\}$	17	$M_0(-9; -3; 5),$ $\vec{a} = \{-2; -3; -5\},$ $\vec{b} = \{0; -7; 0\}$	18	$M_0(-10; -2; 4),$ $\vec{a} = \{-3; -2; 4\},$ $\vec{b} = \{1; -8; 1\}$
19	$M_0(-11; -1; 3),$ $\vec{a} = \{-4; -1; 2\},$ $\vec{b} = \{2; -9; 0\}$	20	$M_0(-7; 3; 0),$ $\vec{a} = \{5; -4; 2\},$ $\vec{b} = \{0; 1; -3\}$	21	$M_0(-6; 4; 1),$ $\vec{a} = \{4; -3; 3\},$ $\vec{b} = \{1; 2; -2\}$
22	$M_0(-5; 5; 2),$ $\vec{a} = \{3; -2; 4\},$ $\vec{b} = \{2; 3; -1\}$	23	$M_0(-4; 6; 3),$ $\vec{a} = \{2; -1; 5\},$ $\vec{b} = \{3; 4; 0\}$	24	$M_0(-3; 7; 4),$ $\vec{a} = \{1; 0; 6\},$ $\vec{b} = \{4; 5; 1\}$
25	$M_0(-2; 8; 5),$ $\vec{a} = \{0; 1; -6\},$ $\vec{b} = \{-4; -5; -1\}$	26	$M_0(-1; 7; -5),$ $\vec{a} = \{-1; 2; -5\},$ $\vec{b} = \{-3; -4; 0\}$	27	$M_0(0; 6; -4),$ $\vec{a} = \{-2; 3; -4\},$ $\vec{b} = \{-2; 3; 1\}$
28	$M_0(1; 5; -3),$ $\vec{a} = \{-3; 4; -3\},$ $\vec{b} = \{-1; 2; -1\}$	29	$M_0(2; 4; -2),$ $\vec{a} = \{-4; 5; -2\},$ $\vec{b} = \{0; -3; 0\}$	30	$M_0(3; 3; -1),$ $\vec{a} = \{-5; 6; -1\},$ $\vec{b} = \{0; -2; 1\}$

Задача 4. Заданы координаты точек M_1, M_2, M_3 в пространстве. Построить эти точки в декартовой прямоугольной системе координат и указать особенности расположения для каждой точки:

а) общее положение;

б) лежит на какой-либо из координатных осей или на какой-либо из координатных плоскостей.

Исходные данные к задаче 4

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
1	$M_1(2; 0; 0),$ $M_2(0; 2; 1),$ $M_3(1; -3; 2)$	2	$M_1(0; -2; 0),$ $M_2(6; 0; -1),$ $M_3(1; 5; -7)$	3	$M_1(0; 0; 9),$ $M_2(2; -5; 0),$ $M_3(-3; 2; 8)$
4	$M_1(-9; 0; 0),$ $M_2(0; 5; -2),$ $M_3(9; -3; 6)$	5	$M_1(0; 4; 0),$ $M_2(-8; 0; 9),$ $M_3(3; 7; 2)$	6	$M_1(0; 0; 6),$ $M_2(-3; 5; 0),$ $M_3(6; -6; 1)$
7	$M_1(-4; 0; 0),$ $M_2(0; -3; 4),$ $M_3(8; 7; -4)$	8	$M_1(0; 2; 0),$ $M_2(9; 0; -3),$ $M_3(4; -2; 1)$	9	$M_1(0; 0; 3),$ $M_2(4; -8; 0),$ $M_3(-7; -5; 3)$
10	$M_1(-3; 0; 0),$ $M_2(0; 7; 6),$ $M_3(-4; 8; 2)$	11	$M_1(0; 5; 0),$ $M_2(-2; 0; 4),$ $M_3(1; -7; 8)$	12	$M_1(0; 0; -2),$ $M_2(8; 1; 0),$ $M_3(1; 6; -1)$
13	$M_1(8; 0; 0),$ $M_2(0; 3; -7),$ $M_3(4; -2; -2)$	14	$M_1(5; 0; 0),$ $M_2(-7; 0; 1),$ $M_3(-8; 3; -3)$	15	$M_1(0; 1; 0),$ $M_2(4; 7; 0),$ $M_3(-7; -2; 8)$
16	$M_1(0; 0; 4),$ $M_2(0; -3; 2),$ $M_3(8; 8; 7)$	17	$M_1(0; 8; 0),$ $M_2(5; 0; 4),$ $M_3(1; -2; 3)$	18	$M_1(0; 0; 7),$ $M_2(-3; 5; 0),$ $M_3(-9; 4; -3)$
19	$M_1(1; 0; 0),$ $M_2(0; -1; 2),$ $M_3(-1; -3; 5)$	20	$M_1(0; -9; 0),$ $M_2(8; 0; -7),$ $M_3(7; -4; 2)$	21	$M_1(0; 0; -7),$ $M_2(3; 2; 0),$ $M_3(9; 3; -3)$
22	$M_1(3; 0; 0),$ $M_2(0; -5; 3),$ $M_3(-7; 1; 5)$	23	$M_1(0; 7; 0),$ $M_2(3; 0; 4),$ $M_3(3; -6; -1)$	24	$M_1(0; 0; -5),$ $M_2(-8; 5; 0),$ $M_3(-3; -4; 6)$

Продолжение табл.

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
25	$M_1(4; 0; 0),$ $M_2(0; -6; 8),$ $M_3(2; 4; 8)$	26	$M_1(0; -2; 0),$ $M_2(9; 0; 5),$ $M_3(2; -3; 2)$	27	$M_1(-8; 0; 0),$ $M_2(-3; 2; 0),$ $M_3(-3; 8; 3)$
28	$M_1(0; -4; 0),$ $M_2(0; 5; -2),$ $M_3(6; 4; -3)$	29	$M_1(0; 0; 2),$ $M_2(9; 0; 9),$ $M_3(5; -4; -8)$	30	$M_1(0; -8; 0),$ $M_2(9; -7; 0),$ $M_3(-2; -4; 7)$

Задача 5. Указать особенности расположения каждой из плоскостей относительно системы координат (проходит или не проходит через начало координат; параллельна какой-либо из координатных осей или параллельна какой-либо из координатных плоскостей) и построить их.

Исходные данные к задаче 5

Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей
1	1) $3x - 7y + z - 1 = 0;$ 2) $x - 2 = 0;$ 3) $x + y = 0;$ 4) $y - 5z - 2 = 0;$ 5) $2x - 6y - z = 0$	2	1) $x + 4y - z - 2 = 0;$ 2) $y - 3 = 0;$ 3) $x - y = 0;$ 4) $2y - 7z - 6 = 0;$ 5) $3x + 5y - 2z = 0$	3	1) $4x + y - z - 3 = 0;$ 2) $z - 4 = 0;$ 3) $-x + y = 0;$ 4) $x + z - 4 = 0;$ 5) $5x - 7y + 2z = 0$
4	1) $x - y - 2z - 4 = 0;$ 2) $x + 3 = 0;$ 3) $2x + 3y = 0;$ 4) $x - z - 3 = 0;$ 5) $6x - 5y - 3z = 0$	5	1) $x - y - 4z - 4 = 0;$ 2) $y + 2 = 0;$ 3) $2x - 3y = 0;$ 4) $y + z - 2 = 0;$ 5) $4x - 3y + 5z = 0$	6	1) $3x + 2y + 4z = 5;$ 2) $z = -4;$ 3) $2y - 3x = 0;$ 4) $y - z = 4;$ 5) $2x - y - 3z = 0$
7	1) $5x + 8y - 3z = 6;$ 2) $x = 3;$ 3) $2x + y = 0;$ 4) $z - y = 1;$ 5) $4x - 7y - 2z = 0$	8	1) $3x + y - 2z = -6;$ 2) $y = 5;$ 3) $y - 2x = 0;$ 4) $3y + z = 1;$ 5) $2x - 2y + 3z = 0$	9	1) $x + 3y - z - 5 = 0;$ 2) $z - 7 = 0;$ 3) $x + z = 0;$ 4) $y - 3z - 3 = 0;$ 5) $x - 5y + 6z = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей
10	1) $x + 2y - z + 4 = 0$; 2) $x + 4 = 0$; 3) $2z - 3y - 6 = 0$; 4) $x - z = 0$; 5) $2x + y - 3z = 0$	11	1) $4x + y + z + 3 = 0$; 2) $y + 2 = 0$; 3) $2z - x = 0$; 4) $x - y - 1 = 0$; 5) $6x - 3y - z = 0$	12	1) $x - y - 2z + 2 = 0$; 2) $z + 5 = 0$; 3) $3z - 2x = 0$; 4) $x + y - 4 = 0$; 5) $8x - 5y + 4z = 0$
13	1) $9x - 6y + z = -1$; 2) $x - 4 = 0$; 3) $z + 2x = 0$; 4) $y - x - 2 = 0$; 5) $7x - 4y - 3z = 0$	14	1) $-6x - 3y + 2z = 1$; 2) $x - 5 = 0$; 3) $3x + z = 0$; 4) $2x - y + 3 = 0$; 5) $5x - 2y + 3z = 0$	15	1) $4x - y + 2z = 2$; 2) $x - 6 = 0$; 3) $3z + 2x = 0$; 4) $2x + y - 2 = 0$; 5) $-x + 4y - z = 0$
16	1) $x - 3y + 2z = 3$; 2) $x + 7 = 0$; 3) $z - x = 0$; 4) $2y - x - 1 = 0$; 5) $x + 5y - 7z = 0$	17	1) $-x - 3y + 5z = 3$; 2) $y + 6 = 0$; 3) $y + z = 0$; 4) $x - 3y - 1 = 0$; 5) $7x - 4y + 2z = 0$	18	1) $9x + 3y - 3z = 4$; 2) $y - 7 = 0$; 3) $y - z = 0$; 4) $x + 3y - 2 = 0$; 5) $-7x + y + 5z = 0$
19	1) $3x - 6y - z = 6$; 2) $y + 2 = 0$; 3) $z - y = 0$; 4) $y - 3x - 3 = 0$; 5) $-3x - 4y + 6z = 0$	20	1) $2x + 4y + 8z = 8$; 2) $y + 1 = 0$; 3) $2z + y = 0$; 4) $z - x - 6 = 0$; 5) $2x - 3y + 2z = 0$	21	1) $3x - 8y + 3z = 12$; 2) $y - 9 = 0$; 3) $2y - z = 0$; 4) $2x + z - 4 = 0$; 5) $6x + 4y - 3z = 0$
22	1) $5x - 4y - 8z = 6$; 2) $z + 3 = 0$; 3) $2y + z = 0$; 4) $2x - z - 2 = 0$; 5) $-2x - 4y + 7z = 0$	23	1) $3x - 6y + z = 1$; 2) $z + 7 = 0$; 3) $3z - 2y = 0$; 4) $z - 2x - 1 = 0$; 5) $x - 4y - z = 0$	24	1) $x - 2y - 3z = 2$; 2) $z = 0$; 3) $3y - 2z = 0$; 4) $3z - x - 3 = 0$; 5) $2x - y + 4z = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей
25	1) $4x + y - 6z = 8$; 2) $z - 5 = 0$; 3) $2y + z = 0$; 4) $x + 3z - 6 = 0$; 5) $5x + 2y + 7z = 0$	26	1) $6x + 3y + 8z = 12$; 2) $z - 3 = 0$; 3) $2y + 3z = 0$; 4) $2x - 3z - 2 = 0$; 5) $-x - 2y + 5z = 0$	27	1) $-3x - y + 4z = 4$; 2) $z + 4 = 0$; 3) $3y - z = 0$; 4) $2z - 3x - 1 = 0$; 5) $x - y - 2z = 0$
28	1) $2x + 4y - z = 6$; 2) $z - 9 = 0$; 3) $2y - 5z = 0$; 4) $2z + 3x - 3 = 0$; 5) $3x + 5y + 2z = 0$	29	1) $6x - 5y + 9z = 10$; 2) $z + 6 = 0$; 3) $5x - y = 0$; 4) $2y + 3z - 6 = 0$; 5) $4x + 3y - 7z = 0$	30	1) $3x - 4y + 8z = 2$; 2) $z + 1 = 0$; 3) $2z - x = 0$; 4) $2z + 3y - 6 = 0$; 5) $2x + y - 5z = 0$

Задача 6. Даны координаты точек M_1, M_2 и общее уравнение плоскости σ . Определить, лежат ли точки M_1 и M_2 по одну сторону от плоскости σ или по разные. Найти расстояние от точки M_1 до плоскости σ .

Исходные данные к задаче 6

Вариант	Координаты точек, уравнение плоскости	Вариант	Координаты точек, уравнение плоскости	Вариант	Координаты точек, уравнение плоскости
1	$M_1(2; 4; 0)$, $M_2(3; 1; -9)$, $3x - 7y + 5z - 11 = 0$	2	$M_1(7; 0; -2)$, $M_2(2; 1; -3)$, $x - y + 5 = 0$	3	$M_1(0; 1; -7)$, $M_2(-2; 0; 1)$, $2x + y - 7z = 0$
4	$M_1(1; -1; 5)$, $M_2(0; 2; 4)$, $x - y + 2z - 3 = 0$	5	$M_1(2; 2; 1)$, $M_2(0; 0; -3)$, $2y - 5z + 12 = 0$	6	$M_1(0; -1; 5)$, $M_2(2; 2; 3)$, $4x - 2y + 5z = 0$
7	$M_1(1; 1; -1)$, $M_2(2; 0; 7)$, $7x - 8z + 5 = 0$	8	$M_1(2; 0; -5)$, $M_2(1; 0; -3)$, $x + 5y - 7 = 0$	9	$M_1(0; 2; 1)$, $M_2(1; -3; 2)$, $7x - 4y - 2z + 2 = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Координаты точек, уравнение плоскости	Вариант	Координаты точек, уравнение плоскости	Вариант	Координаты точек, уравнение плоскости
10	$M_1(-9; 0; 1),$ $M_2(9; -3; 6),$ $8x - 5y + 4z = 0$	11	$M_1(8; 7; -4),$ $M_2(-4; 8; 2),$ $x + 5y = 4$	12	$M_1(6; 0; -1),$ $M_2(1; 5; -7),$ $3z - 2x + 5 = 0$
13	$M_1(2; -5; 0),$ $M_2(-3; 2; 8),$ $4x - y + 2z - 7 = 0$	14	$M_1(-8; 0; 9),$ $M_2(3; 7; 2),$ $-x + 4y - z = 0$	15	$M_1(6; -6; 1),$ $M_2(4; -2; 1),$ $x - 3y + 2z - 3 = 0$
16	$M_1(0; 0; 3),$ $M_2(3; -2; 4),$ $x + 5y - 7z - 6 = 0$	17	$M_1(4; -8; 0),$ $M_2(1; -7; 8),$ $x + 3y - 5z - 3 = 0$	18	$M_1(-7; -5; 3),$ $M_2(-7; 0; 1),$ $7x - 4y + 2z = 0$
19	$M_1(0; 0; -2),$ $M_2(0; 3; -7),$ $9x + 3y - 3z - 4 = 0$	20	$M_1(8; 1; 0),$ $M_2(-4; 8; 2),$ $7x - y - 5z = 0$	21	$M_1(1; 6; -1),$ $M_2(8; 8; 7),$ $x + 3y - 2 = 0$
22	$M_1(0; 1; 0),$ $M_2(-7; 1; 5),$ $y - 3x - 3 = 0$	23	$M_1(4; 7; 0),$ $M_2(2; 4; 8),$ $3x - 6y - z - 2 = 0$	24	$M_1(2; -3; 2),$ $M_2(-3; 8; 3),$ $3x + 4y - 6z = 0$
25	$M_1(-3; 2; 0),$ $M_2(9; 0; 5),$ $5x - 4y - 8z - 6 = 0$	26	$M_1(0; 5; -2),$ $M_2(6; 4; -3),$ $2x + 4y - 7z = 0$	27	$M_1(5; -4; -8),$ $M_2(-2; -4; 7),$ $2x - z - 2 = 0$
28	$M_1(3; -1; 5),$ $M_2(0; 2; -1),$ $3x - 8z - 5 = 0$	29	$M_1(3; -3; 2),$ $M_2(0; -4; 0),$ $2x + 4y - z - 8 = 0$	30	$M_1(2; -1; 5),$ $M_2(3; 2; -1),$ $3x - 6y + z + 1 = 0$

Задача 7. Выбрать из предложенного списка плоскостей пары параллельных, совпадающих и пересекающихся плоскостей.

Для каждой пары пересекающихся плоскостей найти угол между ними.

Исходные данные к задаче 7

Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей
1	$\sigma_1: x - 2y + 3z + 1 = 0;$ $\sigma_2: 3x - 6y + 9z + 1 = 0;$ $\sigma_3: -x + 2y - 3z = 0;$ $\sigma_4: 3y + 2z - 2 = 0;$ $\sigma_5: 3x + 2y + 6 = 0$	2	$\sigma_1: -x + 4y + 2z + 5 = 0;$ $\sigma_2: x + 3y - 4z - 2 = 0;$ $\sigma_3: 2x + 2y + 5z = 0;$ $\sigma_4: 4z - 7 = 0;$ $\sigma_5: -2x - 6y + 8z + 4 = 0$
3	$\sigma_1: 3x - 5z + 3 = 0;$ $\sigma_2: 5x + 3z - 12 = 0;$ $\sigma_3: 6x + 10z + 9 = 0;$ $\sigma_4: 6x - y + 2z + 1 = 0;$ $\sigma_5: -18x + 3y - 6z - 3 = 0$	4	$\sigma_1: 2x - 9y + 4z - 1 = 0;$ $\sigma_2: 3y + z + 5 = 0;$ $\sigma_3: -3x - y + 2 = 0;$ $\sigma_4: -9y - 3z - 15 = 0;$ $\sigma_5: 2x + 2y + 5z + 4 = 0$
5	$\sigma_1: 2x - 7y + z - 5 = 0;$ $\sigma_2: -4x + 14y + 2z + 10 = 0;$ $\sigma_3: 3x + y - z - 3 = 0;$ $\sigma_4: 9x + 3y - 3z + 9 = 0;$ $\sigma_5: 2y + 7z - 2 = 0$	6	$\sigma_1: 3x + 7y - z + 1 = 0;$ $\sigma_2: 4x + 2z - 1 = 0;$ $\sigma_3: 2x - 4z + 2 = 0;$ $\sigma_4: -3x + 7y + z - 1 = 0;$ $\sigma_5: 2x + 2y + 7 = 0$
7	$\sigma_1: 2x - 5z + 9 = 0;$ $\sigma_2: 5x - 2y + 1 = 0;$ $\sigma_3: 4x - 10y - 2 = 0;$ $\sigma_4: 2x + 7y + z - 9 = 0;$ $\sigma_5: 10x - 4y + 2 = 0$	8	$\sigma_1: x - y + 2z - 7 = 0;$ $\sigma_2: -x + y - 2z + 7 = 0;$ $\sigma_3: 2x - 2y - 7 = 0;$ $\sigma_4: 4x + 4z + 5 = 0;$ $\sigma_5: x + y + z = 0$
9	$\sigma_1: -y + 3z + 4 = 0;$ $\sigma_2: x + 3y + 2z - 3 = 0;$ $\sigma_3: -2x - 6y - 4z + 6 = 0;$ $\sigma_4: x + 2y + z - 3 = 0;$ $\sigma_5: 5x + 2z + 4 = 0$	10	$\sigma_1: 4x + y - 3z + 2 = 0;$ $\sigma_2: 2x + y - 3z - 4 = 0;$ $\sigma_3: -4x - 2y + 6z + 8 = 0;$ $\sigma_4: 3x + 3y + 2z = 0;$ $\sigma_5: -x - y - 6 = 0$
11	$\sigma_1: 5x - 5y + z + 2 = 0;$ $\sigma_2: -10x + 10y + 2z - 4 = 0;$ $\sigma_3: x + y + 5z + 3 = 0;$ $\sigma_4: y + 5z = 0;$ $\sigma_5: 2x - 2y - 5 = 0$	12	$\sigma_1: 3x + 4y - 7z = 0;$ $\sigma_2: 7y + 4z + 1 = 0;$ $\sigma_3: x - 2y - 5z + 3 = 0;$ $\sigma_4: -3x + 6y + 15z - 3 = 0;$ $\sigma_5: 2y + 7 = 0$
13	$\sigma_1: x - 2y + 5z - 3 = 0;$ $\sigma_2: x - 2y + z - 3 = 0;$ $\sigma_3: 2x - 4y + 10z = 0;$ $\sigma_4: x - y + 8 = 0;$ $\sigma_5: 3y - 5z + 6 = 0$	14	$\sigma_1: 2y - 7z - 1 = 0;$ $\sigma_2: 10y - 35z + 11 = 0;$ $\sigma_3: 2x - y + 1 = 0;$ $\sigma_4: 6x - 2y + z = 0;$ $\sigma_5: x + 5y - 11z - 2 = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения плоскостей	Вариант	Уравнения плоскостей
15	$\sigma_1: 2x - 2y + 5z = 0;$ $\sigma_2: 4x - 4y + 5 = 0;$ $\sigma_3: x + 3y - z - 2 = 0;$ $\sigma_4: 2x + 6y - 2z - 2 = 0;$ $\sigma_5: x - z = 0$	16	$\sigma_1: 7x - 2z - 5 = 0;$ $\sigma_2: 7y - 2z - 5 = 0;$ $\sigma_3: y + 2z - 1 = 0;$ $\sigma_4: 5y + 10z - 10 = 0;$ $\sigma_5: 7x - 2z - 13 = 0$
17	$\sigma_1: 5x - 2y + z - 3 = 0;$ $\sigma_2: 5x + z - 3 = 0;$ $\sigma_3: 15x - 6y + 3z - 3 = 0;$ $\sigma_4: x - 5z - 5 = 0;$ $\sigma_5: x + y + 5z - 3 = 0$	18	$\sigma_1: 3x - y + 2z - 7 = 0;$ $\sigma_2: x - 3y + 11 = 0;$ $\sigma_3: 6x - 2y + 4z - 5 = 0;$ $\sigma_4: 5x - 15y + 5z = 0;$ $\sigma_5: x - 2z - 3 = 0$
19	$\sigma_1: x - 5y + 2z = 0;$ $\sigma_2: 3x - 15y + 6 = 0;$ $\sigma_3: 9x - 15y + z - 2 = 0;$ $\sigma_4: 3x - 15y + 6z - 2 = 0;$ $\sigma_5: z + 5 = 0$	20	$\sigma_1: 5x - 2z - 7 = 0;$ $\sigma_2: x + y - 7z - 5 = 0;$ $\sigma_3: 3y - 5z - 9 = 0;$ $\sigma_4: 9y - 15z - 9 = 0;$ $\sigma_5: 5x + 5y - 35z - 25 = 0$
21	$\sigma_1: 7y + 2z + 5 = 0;$ $\sigma_2: 7x + 7y + 10 = 0;$ $\sigma_3: 2x - y + 3z - 2 = 0;$ $\sigma_4: 8x - 4y + 12z - 2 = 0;$ $\sigma_5: 6x - 3y + 9z - 6 = 0$	22	$\sigma_1: x - 5y + 11z - 6 = 0;$ $\sigma_2: 5x - 15y + 55z - 66 = 0;$ $\sigma_3: 2x - 10y + 22z + 3 = 0;$ $\sigma_4: x + y - 2z = 0;$ $\sigma_5: 2x + 2y - 6z + 1 = 0$
23	$\sigma_1: 2z - 7 = 0;$ $\sigma_2: x + 2z - 7 = 0;$ $\sigma_3: 5x - 10z - 7 = 0;$ $\sigma_4: 2y - 7 = 0;$ $\sigma_5: 3x - 6z - 7 = 0$	24	$\sigma_1: x - 3y + 12 = 0;$ $\sigma_2: 2x - 2y + z = 0;$ $\sigma_3: 3x - 9y + 13 = 0;$ $\sigma_4: 3x - 9y + 13z = 0;$ $\sigma_5: 4x - 4y + 2z + 4 = 0$
25	$\sigma_1: 11x - 5z + 2 = 0;$ $\sigma_2: x - 5z + 22 = 0;$ $\sigma_3: 2x - 10z + 11 = 0;$ $\sigma_4: 5x + z - 13 = 0;$ $\sigma_5: 33x - 15z + 6 = 0$	26	$\sigma_1: 7x - 5y + 2z = 0;$ $\sigma_2: x - 5y + 5z + 2 = 0;$ $\sigma_3: 14x - 10y - 4z - 5 = 0;$ $\sigma_4: 4x - 20y + 20z + 8 = 0;$ $\sigma_5: 21x - 15y + 6z - 5 = 0$
27	$\sigma_1: x - 3y + 6z - 2 = 0;$ $\sigma_2: 3x - 9y + 18z = 0;$ $\sigma_3: 5x - 2z = 0;$ $\sigma_4: 5x - 2y = 0;$ $\sigma_5: 6x - 18y - 36z - 12 = 0$	28	$\sigma_1: 2y - 5z + 1 = 0;$ $\sigma_2: 2x - 5y + z = 0;$ $\sigma_3: x - y + 2z = 0;$ $\sigma_4: 5x - 5y + 10z + 16 = 0;$ $\sigma_5: x + y - 2z + 1 = 0$
29	$\sigma_1: 3x - y + z - 2 = 0;$ $\sigma_2: x - 3y + z + 2 = 0;$ $\sigma_3: 5x - 15y - 5z + 10 = 0;$ $\sigma_4: 6x - 2y + 2z - 12 = 0;$ $\sigma_5: x + y - z = 0$	30	$\sigma_1: 2x + 2y - 6z - 2 = 0;$ $\sigma_2: 2x - 4y - 12z - 2 = 0;$ $\sigma_3: 3x + 6y - 12z + 1 = 0;$ $\sigma_4: 5x - 15z + 2 = 0;$ $\sigma_5: x - 3z + 12 = 0$

15.4. ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ (ЗАДАЧА 8)

Задача 8. Решить задачу согласно номеру своего варианта.

Исходные данные к задаче 8

Вариант	Условие задачи
1	Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; 2; -2)$ и перпендикулярной к плоскостям $3x - 2y - z + 1 = 0$ и $x - y - z = 0$
2	Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2; -15; 1)$, $M_2(3; 1; 2)$ и перпендикулярной к плоскости $3x - y - 4z = 0$
3	Составить уравнение плоскости, если известно, что точка $C(2; 9; -6)$ является основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту плоскость
4	Доказать, что плоскости $7x + 4y + 7z + 1 = 0$, $2x - y - z + 2 = 0$ и $x + 2y + 3z - 1 = 0$ проходят через одну прямую
5	Вычислить объем пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$
6	Доказать, что плоскости $x - y - z = 10$, $4x + 11z + 43 = 0$ и $7x - 5y = 31$ имеют единственную точку пересечения, и найти ее
7	Составить уравнение плоскости, параллельной оси Ox и проходящей через точки $M_1(0; 1; 3)$ и $M_2(2; 4; 5)$
8	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; -3; 5)$ и отсекающей на осях Oy и Oz вдвое большие по длине отрезки, чем на оси Ox
9	Найти углы между плоскостью $3y - z = 0$ и плоскостью, проходящей через ось Ox и точку $M(0; 1; -2)$
10	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-4; 0; -4)$ и отсекающей на осях Ox и Oy отрезки $a = 4$ и $b = 3$
11	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(7; -6; 2)$ и отсекающей на осях координат положительные и равные между собой отрезки

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
12	Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и составляющей с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}z = 0$ угол 60°
13	Составить уравнения плоскостей, делящих пополам двугранный угол, образованный плоскостями $2x + 2y = z$ и $z = 0$
14	Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $2x - y + 3z - 6 = 0$, $x + 2y - z + 3 = 0$ и точку $S(1; 2; 4)$
15	Найти две взаимно перпендикулярные плоскости, проходящие через прямую пересечения плоскостей $x = y$ и $z = 0$, если одна из искомых плоскостей проходит через точку $K(0; 4; 2)$
16	Найти угол между плоскостью $x - y + z = 0$ и плоскостью, проходящей через ось Ox и точку $N(1; 1; 1)$
17	Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и составляющей с плоскостью $y = x$ угол 60°
18	Найти расстояние от точки $F(a; b; c)$ до плоскости, отсекающей на осях координат отрезки a , b и c
19	Определить, при каких значениях a и b плоскости $2x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 2y - z + b = 0$ и $x + ay - 6z + 10 = 0$ имеют одну общую точку
20	Определить, при каких значениях a и b плоскости $2x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 2y - z + b = 0$ и $x + ay - 6z + 10 = 0$ проходят через одну прямую
21	Вычислить площадь треугольника, который отсекает плоскость $5x - 6y + 3z + 120 = 0$ от координатного угла xOy
22	Две грани куба лежат в плоскостях $2x - 2y + z - 1 = 0$ и $2x - 2y + z + 5 = 0$. Вычислить объем этого куба
23	На оси Oy найти точку, отстоящую от плоскости $x + 2y - 2z - 2 = 0$ на расстояние $d = 4$
24	На оси Ox найти точку, равноудаленную от двух плоскостей $12x - 16y + 15z + 1 = 0$ и $2x + 2y - z - 1 = 0$
25	Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 6 = 0$ и $x + 5y - z + 10 = 0$ и перпендикулярной к плоскости $2x - y + 5z - 5 = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
26	Проверить, можно ли провести плоскость через следующие точки: $A(1; -1; 1)$, $B(0; 2; 4)$, $C(1; 3; 3)$, $D(4; 0; -3)$
27	Составить уравнение плоскостей, параллельных плоскости $2x - 2y - z - 3 = 0$ и отстоящих от нее на расстояние $d = 5$
28	Найти угол между плоскостью, проходящей через точки $O(0; 0; 0)$, $M(a; -a; 0)$ и $N(a; a; a)$, и плоскостью xOy
29	Определить, лежат ли точки $M(2; -1; 1)$ и $N(1; 2; -3)$ в одном, в смежных или вертикальных двугранных углах, образованных при пересечении плоскостей $2x - y + 5z - 1 = 0$ и $3x - 2y + 6z - 1 = 0$
30	Составить уравнение плоскости, делящей пополам тот из двугранных углов, который образован плоскостями $2x - 14y + 6z - 1 = 0$ и $3x + 5y - 5z + 3 = 0$ и при этом содержит начало координат

16. ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ: ВИДЫ УРАВНЕНИЙ

16.1. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Учитывая случаи взаимного расположения пары плоскостей в пространстве (см. подробно п. 14.6 утверждение 3.2), получим уравнения

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0; \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0, \end{cases} \quad (82)$$

которые задают прямую в пространстве (если выполнено условие (2)). Уравнения прямой вида (82) называют *общими уравнениями прямой* в пространстве.

Обозначим плоскости, заданные уравнениями (82), через σ_1 и σ_2 , тогда прямую a , образованную их пересечением, можно изобразить так, как показано на рисунке 92.

З а м е ч а н и е 3.7. Поскольку одна и та же плоскость в пространстве может быть задана различными уравнениями