

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{|1 \cdot (-3) + (-3) \cdot 0 + 1 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 1^2} \sqrt{(-3)^2 + 0^2 + 2^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{11}\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{143}}{143}.\end{aligned}\quad (107)$$

Значит, прямые  $c$  и  $d$  образуют угол, равный

$$\arccos \frac{\sqrt{143}}{143} \approx 85^\circ.$$

Рассматривая аналогичным образом оставшиеся пары прямых, получаем, что все остальные пары прямых скрещиваются под различными углами.

## 18.2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Запишите общие уравнения прямой в пространстве.
2. Запишите канонические уравнения прямой.
3. Возможно ли составить различные канонические уравнения одной и той же прямой в пространстве?
4. Запишите параметрические уравнения прямой в пространстве.
5. Запишите уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки.
6. В каком случае прямые в пространстве: а) совпадают; б) параллельны; в) пересекаются; г) скрещиваются?
7. Как найти угол между прямыми?
8. В каком случае две прямые взаимно перпендикулярны?
9. При каком условии две прямые параллельны?
10. Как найти точку пересечения двух прямых?

## 18.3. ВАРИАНТЫ ТИПОВОГО РАСЧЕТА «ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ» (ЗАДАЧИ 1–3)

**Задача 1.** Даны координаты точек  $M_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $M_2(x_2; y_2; z_2)$  и вектор  $\vec{s} = \{l; m; n\}$ . Составить:

- а) канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M_1$  параллельно вектору  $\vec{s}$ ;
- б) общие уравнения прямой, проходящей через точки  $M_1$  и  $M_2$ .

Исходные данные к задаче 1

Вариант	Точки и вектор	Вариант	Точки и вектор	Вариант	Точки и вектор
1	$M_1(-3; 4; 5),$ $M_2(0; -2; 1),$ $\vec{s} = \{3; -3; 1\}$	2	$M_1(2; 0; -1),$ $M_2(3; -5; 4),$ $\vec{s} = \{2; -1; 0\}$	3	$M_1(1; -1; 7),$ $M_2(0; 0; 4),$ $\vec{s} = \{-5; 1; 3\}$
4	$M_1(2; -2; 0),$ $M_2(3; -1; 2),$ $\vec{s} = \{0; 5; -1\}$	5	$M_1(1; -5; 7),$ $M_2(2; 1; 1),$ $\vec{s} = \{-3; 4; 2\}$	6	$M_1(-2; 4; 5),$ $M_2(0; -1; 1),$ $\vec{s} = \{4; -3; 1\}$
7	$M_1(-3; 5; 0),$ $M_2(1; -2; 1),$ $\vec{s} = \{2; 0; 4\}$	8	$M_1(0; 2; -1),$ $M_2(1; 1; 0),$ $\vec{s} = \{2; -3; 7\}$	9	$M_1(1; 1; 5),$ $M_2(-1; -3; 5),$ $\vec{s} = \{0; -2; 3\}$
10	$M_1(3; -3; 2),$ $M_2(2; 0; -3),$ $\vec{s} = \{5; -1; 4\}$	11	$M_1(-3; 3; 5),$ $M_2(1; 7; -2),$ $\vec{s} = \{-3; 4; 5\}$	12	$M_1(-3; 2; 4),$ $M_2(4; -5; 4),$ $\vec{s} = \{1; 0; -1\}$
13	$M_1(2; 1; -1),$ $M_2(1; 0; 4),$ $\vec{s} = \{5; -1; 7\}$	14	$M_1(1; 0; 7),$ $M_2(2; 0; 4),$ $\vec{s} = \{0; -5; 1\}$	15	$M_1(2; -1; 0),$ $M_2(-1; 0; 8),$ $\vec{s} = \{0; 0; 7\}$
16	$M_1(3; 3; 0),$ $M_2(2; -1; 2),$ $\vec{s} = \{-2; 0; 1\}$	17	$M_1(-1; 2; 0),$ $M_2(3; 0; -3),$ $\vec{s} = \{2; 5; 0\}$	18	$M_1(1; 7; 4),$ $M_2(-3; 2; 0),$ $\vec{s} = \{5; 1; -2\}$
19	$M_1(4; 4; -1),$ $M_2(0; 0; 11),$ $\vec{s} = \{-3; 0; 4\}$	20	$M_1(0; -4; 5),$ $M_2(7; 1; 1),$ $\vec{s} = \{-2; 3; 9\}$	21	$M_1(1; 0; -6),$ $M_2(6; 5; -6),$ $\vec{s} = \{9; -1; 4\}$
22	$M_1(3; -3; 1),$ $M_2(5; -1; 4),$ $\vec{s} = \{2; 0; -1\}$	23	$M_1(2; -1; 0),$ $M_2(-3; 4; 5),$ $\vec{s} = \{1; -1; 7\}$	24	$M_1(-5; 1; 3),$ $M_2(1; 0; -1),$ $\vec{s} = \{2; -2; 0\}$
25	$M_1(0; 5; -1),$ $M_2(5; -1; 7),$ $\vec{s} = \{1; -5; 7\}$	26	$M_1(3; 4; 2),$ $M_2(0; -5; 1),$ $\vec{s} = \{-2; 4; 5\}$	27	$M_1(4; -3; 1),$ $M_2(-2; 0; 1),$ $\vec{s} = \{-3; 5; 0\}$
28	$M_1(2; 0; 4),$ $M_2(2; 5; 0),$ $\vec{s} = \{0; 2; -1\}$	29	$M_1(2; -3; 7),$ $M_2(5; 1; -2),$ $\vec{s} = \{1; 1; 5\}$	30	$M_1(0; -2; 3),$ $M_2(-3; 0; 4),$ $\vec{s} = \{3; -3; 2\}$

**Задача 2.** Прямая в пространстве задана общими уравнениями:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0; \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$$

Найти направляющие косинусы прямой и записать ее канонические и параметрические уравнения.

Исходные данные к задаче 2

Вариант	Уравнения прямой	Вариант	Уравнения прямой
1	$\begin{cases} x - 2y + z - 1 = 0; \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0; \\ 3x - 5y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 0; \\ -2x + y + 3z - 3 = 0 \end{cases}$	4	$\begin{cases} -x + z - 1 = 0; \\ 7x + 4 = 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} -5x + y + 3z + 2 = 0; \\ 2x + 3y - z + 2 = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 5y - z + 1 = 0; \\ 5x + 7y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 3x + 4y + 2z - 2 = 0; \\ 4x + 5y - 1 = 0 \end{cases}$	8	$\begin{cases} x + 4y - 3z + 1 = 0; \\ 3x - 5y + 6 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 0; \\ 4x + 2y - 7 = 0 \end{cases}$	10	$\begin{cases} x + y + 2 = 0; \\ 3x - 7y + z + 9 = 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 5x - y - 3z + 5 = 0; \\ 2y - 3z + 3 = 0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 0; \\ 3x + 5y - z + 4 = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0; \\ 4y + 5z - 1 = 0 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 7x + y + 7 = 0; \\ 2x + 4z = 0 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 5y - z + 3 = 0; \\ 3x + 2z - 1 = 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x - 2y + 1 = 0; \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 3y - 2z + 5 = 0; \\ x + 7y + 4z - 3 = 0 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x + 5z + 1 = 0; \\ 2x - 4y - 4z - 1 = 0 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 0; \\ 4y - 5z + 7 = 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} x + y - 2z + 3 = 0; \\ 9x + y - 6 = 0 \end{cases}$

Продолжение табл. 36

Вариант	Уравнения прямой	Вариант	Уравнения прямой
21	$\begin{cases} 2x + 5y - 6z + 9 = 0; \\ x - 4y + 3z - 3 = 0 \end{cases}$	22	$\begin{cases} x + 5y - z + 4 = 0; \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases}$
23	$\begin{cases} y - 2z - 1 = 0; \\ 3x - 4y + 5z + 1 = 0 \end{cases}$	24	$\begin{cases} x - y + 7z - 5 = 0; \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}$
25	$\begin{cases} x - 2y - 2z = 0; \\ 5y - z + 5 = 0 \end{cases}$	26	$\begin{cases} x + 3y - z - 5 = 0; \\ 7x - 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$
27	$\begin{cases} 5x - z - 2 = 0; \\ 4x - 2y + 4z - 3 = 0 \end{cases}$	28	$\begin{cases} 2x - z - 3 = 0; \\ 5x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$
29	$\begin{cases} 2x + 5y = 0; \\ 2x - y + 2z + 7 = 0 \end{cases}$	30	$\begin{cases} 5x + y - 2z + 1 = 0; \\ x + 5y - 2 = 0 \end{cases}$

**Задача 3.** Выбрать из имеющегося списка прямых пары:  
 а) параллельных (в том числе и совпадающих) прямых;  
 б) скрещивающихся прямых (для каждой пары вычислить угол между прямыми);  
 в) пересекающихся прямых (для каждой пары найти точку пересечения).

Исходные данные к задаче 3

Вариант	Уравнения прямых
1	$a: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{3}; \quad b: \begin{cases} 5x - y + 1 = 0; \\ y + 3z - 3 = 0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x = 3t - 1; \\ y = 15t + 1; \\ z = -5t - 8; \end{cases}$ $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-2}{16}; \quad f: \begin{cases} x + 5y + z - 2 = 0; \\ 3x - y + 7 = 0 \end{cases}$
2	$a: \frac{x}{-3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-6}{4}; \quad b: \begin{cases} x + y + z - 4 = 0; \\ 2x - y + 3z - 1 = 0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x = 2t - 3; \\ y = t - 2; \\ z = -10; \end{cases}$ $d: \frac{x-3}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{6}; \quad f: \begin{cases} x - 3 = 0; \\ 3y - z + 4 = 0 \end{cases}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых
3	$a: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+7}{7}; \quad b: \begin{cases} x-2y+z-1=0; \\ 3x+y-5=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=2t+1; \\ y=-t-6; \\ z=4t; \end{cases}$ $d: \frac{x}{2} = \frac{y+4}{6} = \frac{z-11}{14}; \quad f: \begin{cases} 5x-y+12=0; \\ x+y-12z+5=0 \end{cases}$
4	$a: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}; \quad b: \begin{cases} 2x+3y-z+4=0; \\ x-y+5z+3=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=14t+1; \\ y=-11t-2; \\ z=-4t; \end{cases}$ $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{0}; \quad f: \begin{cases} x+y-2=0; \\ x-3z-5=0 \end{cases}$
5	$a: \frac{x+4}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2}; \quad b: \begin{cases} x-2y+z-11=0; \\ x+y-2z+12=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=t-3; \\ y=t-1; \\ z=t+4; \end{cases}$ $d: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-3}; \quad f: \begin{cases} 5x-y+2z=0; \\ x+5y-2=0 \end{cases}$
6	$a: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-5}{1}; \quad b: \begin{cases} x-y+2z+6=0; \\ 2y-3z+11=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=t-1; \\ y=4t+5; \\ z=t-4; \end{cases}$ $d: \frac{x+3}{0} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}; \quad f: \begin{cases} 2x-y+2=0; \\ x+3y-2z+4=0 \end{cases}$
7	$a: \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{3}; \quad b: \begin{cases} 5x-3y+2z-4=0; \\ x-z+1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=3t+2; \\ y=5t-1; \\ z=4t; \end{cases}$ $d: \frac{x+2}{-6} = \frac{y-3}{-14} = \frac{z-4}{-6}; \quad f: \begin{cases} x+y-2z+13=0; \\ 2x-2y+z=0 \end{cases}$
8	$a: \frac{x+3}{0} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}; \quad b: \begin{cases} 2y-4z+1=0; \\ x+y-2z=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=t+1; \\ y=2t+3; \\ z=-3t+2; \end{cases}$ $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{-1}; \quad f: \begin{cases} 2x+2y-7z-13=0; \\ 5x+5y-2z+1=0 \end{cases}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых
9	$a: \frac{x+1}{0} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{3}; \quad b: \begin{cases} x+5y-z+7=0; \\ 2x-y+2z-1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=9t-9; \\ y=4t+1; \\ z=-11t; \end{cases}$ $d: \frac{x+10}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-11}{-3}; \quad f: \begin{cases} 2x-3y+4z-1=0; \\ x-3y+4z-11=0 \end{cases}$
10	$a: \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{2}; \quad b: \begin{cases} 3y-2z+5=0; \\ x+y-2z+5=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=4t+1; \\ y=-2t-1; \\ z=3t+4; \end{cases}$ $d: \frac{x+3}{12} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-2}{4}; \quad f: \begin{cases} x-3z+2=0; \\ 2x-4y+z=0 \end{cases}$
11	$a: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-7}{3}; \quad b: \begin{cases} 4x-y+2z-3=0; \\ x+4y-2z-6=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=2t+2; \\ y=3t-3; \\ z=7t; \end{cases}$ $d: \frac{x-2}{-6} = \frac{y+3}{10} = \frac{z}{17}; \quad f: \begin{cases} x-4y+6z+2=0; \\ 2x-y+2z-3=0 \end{cases}$
12	$a: \frac{x+5}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-4}; \quad b: \begin{cases} x-y+z-7=0; \\ 2x+2y+3z-1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=2t-7; \\ y=-3t+3; \\ z=t+2; \end{cases}$ $d: \frac{x+7}{-2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+4}{-1}; \quad f: \begin{cases} 2x-3y+4z-5=0; \\ x+2y+2z+3=0 \end{cases}$
13	$a: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+2}{10}; \quad b: \begin{cases} 7x-y-2=0; \\ x+7y+5z+7=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=3t+2; \\ y=-2t+1; \\ z=4t-6; \end{cases}$ $d: \frac{x+1}{9} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+7}{4}; \quad f: \begin{cases} 2y-3z+6=0; \\ 2x-3y+3=0 \end{cases}$
14	$a: \frac{x}{18} = \frac{y-1}{12} = \frac{z+5}{7}; \quad b: \begin{cases} 2x-3y+6=0; \\ x+2y-6z+1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=18t+1; \\ y=12t; \\ z=-7t+3; \end{cases}$ $d: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}; \quad f: \begin{cases} x+y+z=0; \\ 3x-2y+z+3=0 \end{cases}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых
15	$a: \frac{x+5}{-1} = \frac{y-5}{0} = \frac{z+4}{-2}; \quad b: \begin{cases} 3x+5y-z+11=0; \\ -x+3y+4z=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=-7t+2; \\ y=11t-6; \\ z=17t+1; \end{cases}$ $d: \frac{x}{23} = \frac{y+2}{11} = \frac{z+2}{14}; \quad f: \begin{cases} 5x-3y+4z+2=0; \\ 3x+5y-2z+6=0 \end{cases}$
16	$a: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{4}; \quad b: \begin{cases} x-y+2z-3=0; \\ 2x+y-3z+7=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=5; \\ y=5t-1; \\ z=2t+5; \end{cases}$ $d: \frac{x+5}{4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z}{-3}; \quad f: \begin{cases} 4x-y+5z-2=0; \\ x+2y+2z-6=0 \end{cases}$
17	$a: \frac{x-5}{4} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z}{0}; \quad b: \begin{cases} -x-y+2z-3=0; \\ 3x-y+2z-4=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=5; \\ y=4t-3; \\ z=2t+1; \end{cases}$ $d: \frac{x-6}{26} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-2}{-1}; \quad f: \begin{cases} x-3y+5z-1=0; \\ 2x-7y+3z+4=0 \end{cases}$
18	$a: \frac{x+8}{7} = \frac{y+22}{-4} = \frac{z-4}{0}; \quad b: \begin{cases} x-6z+2=0; \\ 3x-y+z+5=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=7t-2; \\ y=-4t+3; \\ z=5; \end{cases}$ $d: \frac{x}{6} = \frac{y-1}{19} = \frac{z+1}{1}; \quad f: \begin{cases} 3x+7y-z+2=0; \\ -x-2y+5z-9=0 \end{cases}$
19	$a: \frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{-7} = \frac{z-4}{-1}; \quad b: \begin{cases} 2x-y+z-3=0; \\ 5x-3y+6z+1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=2t+1; \\ y=7t; \\ z=t-2; \end{cases}$ $d: \frac{x+6}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-1}{2}; \quad f: \begin{cases} 4x+3y-z+7=0; \\ 3x-2y+z-6=0 \end{cases}$
20	$a: \frac{x+5}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{0}; \quad b: \begin{cases} 6x+2y-4z+9=0; \\ 3x+y+z-3=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=-t+4; \\ y=3t-6; \\ z=2; \end{cases}$ $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}; \quad f: \begin{cases} x-2y+4z-6=0; \\ 5x-9y+2z+1=0 \end{cases}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых
21	$a: \frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z-3}{0}; \quad b: \begin{cases} 5x-3y+2=0; \\ y+3z-10=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=9t; \\ y=15t-3; \\ z=5t+5; \end{cases}$ $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{17} = \frac{z-3}{6}; \quad f: \begin{cases} x+2y-6z+1=0; \\ 3x-z+6=0 \end{cases}$
22	$a: \frac{x+2}{5} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z}{-4}; \quad b: \begin{cases} 2x+2y-z+6=0; \\ x-y+3z-1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=5t-2; \\ y=7t+6; \\ z=4t-1; \end{cases}$ $d: \frac{x-9}{7} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+8}{-8}; \quad f: \begin{cases} 3x-y+5z-7=0; \\ x+2y+4z+1=0 \end{cases}$
23	$a: \frac{x-2}{3} = \frac{y+10}{3} = \frac{z-4}{4}; \quad b: \begin{cases} x+7y-6z+9=0; \\ 2x-10y+6z-7=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=t+5; \\ y=-2t-7; \\ z=4; \end{cases}$ $d: \frac{x-5}{-2} = \frac{y+7}{4} = \frac{z}{0}; \quad f: \begin{cases} 5x-4y+3z-2=0; \\ 2x+y-5z+6=0 \end{cases}$
24	$a: \frac{x-12}{0} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-5}{5}; \quad b: \begin{cases} 6x-5y+9z-2=0; \\ 3x-2y+3z-6=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=12t; \\ y=-2t+1; \\ z=-7t-2; \end{cases}$ $d: \frac{x}{-11} = \frac{y-7}{-15} = \frac{z}{5}; \quad f: \begin{cases} x-3y-4z+1=0; \\ 2x+y-6z+5=0 \end{cases}$
25	$a: \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-2}; \quad b: \begin{cases} x-3y+5z+4=0; \\ 2x+5y-z-1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=3t-2; \\ y=t+1; \\ z=1; \end{cases}$ $d: \frac{x-7}{-5} = \frac{y+4}{22} = \frac{z-6}{18}; \quad f: \begin{cases} 6x+3y-2z+5=0; \\ 2x-2y+3z-1=0 \end{cases}$
26	$a: \frac{x-10}{-4} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+6}{3}; \quad b: \begin{cases} 3x+3y-z+5=0; \\ x-2y+6=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=2t+2; \\ y=t-1; \\ z=9t; \end{cases}$ $d: \frac{x+5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}; \quad f: \begin{cases} x-6z+9=0; \\ 3x+5y-13=0 \end{cases}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых
27	$a: \frac{x+2}{0} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+4}{-1}; \quad b: \begin{cases} -x+2y+4z-3=0; \\ 3x-y-2z+5=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=4t-2; \\ y=-2t+7; \\ z=t-3; \end{cases}$ $d: \frac{x+6}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{3}; \quad f: \begin{cases} 5x-y+3z-11=0; \\ 6x+2z+3=0 \end{cases}$
28	$a: \frac{x-12}{2} = \frac{y-24}{-1} = \frac{z+11}{6}; \quad b: \begin{cases} x-y-z+6=0; \\ 2x-3y+4z+5=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=7t-3; \\ y=6t+4; \\ z=t-7; \end{cases}$ $d: \frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-6}{-5}; \quad f: \begin{cases} 4x-3y+12=0; \\ y+5z-10=0 \end{cases}$
29	$a: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{12}; \quad b: \begin{cases} x-3y-2z+2=0; \\ 3x-2y+4z-1=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=t-2; \\ y=-t+1; \\ z=6t+4; \end{cases}$ $d: \frac{x-11}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{6}; \quad f: \begin{cases} 7x-y+12=0; \\ x-2z+13=0 \end{cases}$
30	$a: \frac{x+2}{2} = \frac{y+16}{5} = \frac{z-1}{2}; \quad b: \begin{cases} 3y+2z-11=0; \\ 3x+2y-11z+3=0; \end{cases} \quad c: \begin{cases} x=3t-2; \\ y=-t+4; \\ z=11t-5; \end{cases}$ $d: \frac{x}{2} = \frac{y+9}{2} = \frac{z-3}{-7}; \quad f: \begin{cases} x-z+2=0; \\ 2x-2y+3z-1=0 \end{cases}$

## 18.4.

## ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ (ЗАДАЧА 4)

**Задача 4.** Решить задачу согласно номеру своего варианта.

## Исходные данные к задаче 4

Вариант	Условие задачи
1	Написать уравнения траектории движения точки $M(x; y; z)$ , которая, выйдя из точки $A(4; -3; 1)$ , движется со скоростью $\vec{v} = \{2; 3; 1\}$
2	Написать уравнения прямой, проходящей через точку $(a; b; c)$ параллельно оси $Oz$

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
3	Написать уравнения прямой, проходящей через точку $(a; b; c)$ перпендикулярно оси $Oz$
4	Найти угол между прямой $\begin{cases} x = 2z - 1; \\ y = -2z + 1 \end{cases}$ и прямой, проходящей через начало координат и точку $(1; -1; -1)$
5	Найти угол между прямыми: $\begin{cases} x - y + z - 4 = 0; \\ 2x + y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + y + z - 4 = 0; \\ 2x + 3y - z - 6 = 0 \end{cases}$
6	Показать, что прямая $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ перпендикулярна к прямой $\begin{cases} x = z + 1; \\ y = 1 - z \end{cases}$
7	Написать уравнения прямой, проходящей через точку $(-4; 3; 0)$ и параллельной прямой $\begin{cases} x - 2y + z = 4; \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$
8	Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $(2; -3; 4)$ на ось $Oz$
9	Найти расстояние от точки $M(2; -1; 3)$ до прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{5}$
10	Найти расстояние между параллельными прямыми $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$
11	Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $(2; -3; 4)$ на ось $Oy$
12	Найти точки пересечения прямой $\begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0; \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$ с координатными плоскостями
13	Доказать, что прямая $\begin{cases} 2x - 3y + 5z - 6 = 0; \\ x + 5y - 7z + 10 = 0 \end{cases}$ пересекает ось $Oy$
14	Определить, при каком значении $D$ прямая $\begin{cases} 2x + 3y - z + D = 0; \\ 3x - 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ пересекает ось $Oz$

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
15	Найти соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты уравнений прямой $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ для того, чтобы эта прямая была параллельна оси $Oy$
16	Составить уравнения движения точки $M(x; y; z)$ , которая, двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $M_1(-7; 12; 5)$ до точки $M_2(9; -4; -3)$ за промежутков времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 4$
17	Даны вершины треугольника $A(3; 6; -7)$ , $B(-5; 2; 3)$ , $C(4; -7; -2)$ . Составить параметрические уравнения прямой, содержащей его медиану, проведенную из вершины $C$
18	Даны вершины треугольника $A(3; -1; -1)$ , $B(1; 2; -7)$ , $C(-5; 14; -3)$ . Составить канонические уравнения биссектрисы его внутреннего угла при вершине $B$
19	Даны уравнения движения точки $M(x; y; z)$ : $x = 5 - 2t$ , $y = -3 + 2t$ , $z = 5 - t$ . Определить расстояние, которое пройдет эта точки за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 7$
20	Даны прямые $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ и $\frac{x-3}{l} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}$ . При каком значении $l$ они пересекаются?
21	Составить уравнения прямой, которая проходит через точку $M(-1; 2; -3)$ перпендикулярно к вектору $\vec{a} = \{6; -2; -3\}$ и пересекает прямую $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$
22	Составить уравнения прямой, которая проходит через точку $M(-4; -5; 3)$ и пересекает две прямые: $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ и $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$
23	Даны уравнения движения точки $M(x; y; z)$ : $\begin{cases} x = 3 - 4t, \\ y = 5 + 3t, \\ z = -2t + 12. \end{cases}$ Определить модуль ее скорости
24	Даны вершины треугольника $A(1; -2; -4)$ , $B(3; 1; -3)$ , $C(5; 1; -7)$ . Составить параметрические уравнения прямой, содержащей его высоту, опущенную из вершины $B$ на противоположную сторону

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
25	Составить уравнения движения точки $M(x; y; z)$ , которая, имея начальное положение $M_0(3; -1; -5)$ , движется прямолинейно и равномерно в направлении вектора $\vec{s} = \{-2; 6; 3\}$ со скоростью $v = 21$
26	Точка $M(x; y; z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $M_0(20; -18; -32)$ в направлении, противоположном вектору $\vec{s} = \{3; -4; -12\}$ , со скоростью $v = 26$ . Составить уравнения движения точки $M$
27	Найти соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты уравнений прямой $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ для того, чтобы эта прямая пересекала ось абсцисс
28	Составить параметрические уравнения общего перпендикуляра двух прямых, заданных уравнениями $\begin{cases} x = 3t - 7, \\ y = -2t + 4, \\ z = 3t + 4 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = t + 1, \\ y = 2t - 8, \\ z = -t - 12 \end{cases}$
29	Определить, при каком значении $D$ прямая $\begin{cases} 2x + 3y - z + D = 0; \\ 3x - 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ пересекает ось $Oy$
30	Найти соотношения, которым должны удовлетворять коэффициенты уравнений прямой $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$ для того, чтобы эта прямая была параллельна оси $Ox$

## 19. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ: ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ

### 19.1. СЛУЧАИ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

**Утверждение 3.4.** Плоскость  $\sigma$ :

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

и прямая  $a$ :

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$