

## 21.2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. В каком случае прямая и плоскость не имеют общих точек?
2. В каком случае прямая и плоскость пересекаются в единственной точке?
3. При каких условиях прямая лежит в плоскости?
4. Как найти угол между прямой и плоскостью?
5. Чему равносильно условие перпендикулярности прямой и плоскости? Запишите это условие.
6. Как выглядят канонические уравнения прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно заданной плоскости.
7. Запишите уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно заданной прямой.
8. Запишите уравнение плоскости, проходящей через данную прямую и заданную точку, не лежащую на этой прямой.
9. Запишите уравнение плоскости, проходящей через данную прямую и параллельной другой данной прямой.
10. Запишите уравнение плоскости, проходящей через данную прямую и перпендикулярной к заданной плоскости.
11. Запишите уравнения перпендикуляра, опущенного из данной точки на заданную прямую.
12. Как найти кратчайшее расстояние от точки до прямой в пространстве?
13. Запишите уравнения общего перпендикуляра к скрещивающимся прямым.
14. Как найти кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми?

## 21.3. ВАРИАНТЫ ТИПОВОГО РАСЧЕТА «ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ» (ЗАДАЧИ 1–3)

**Задача 1.** В пространстве заданы плоскость  $\sigma: Ax + By + Cz + D = 0$  и прямая  $a: \frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ . Определить взаимное расположение прямой и плоскости: прямая лежит в плоскости или прямая и плоскость не имеют общих точек (параллельны), или прямая и плоскость пересекаются в единственной точке.

Если прямая принадлежит плоскости, то составить уравнение плоскости, проходящей через данную прямую перпендикулярно данной плоскости.

Если прямая и плоскость параллельны, то составить уравнение плоскости, проходящей через данную прямую параллельно данной плоскости.

Если прямая и плоскость пересекаются, то найти угол между прямой и плоскостью.

Исходные данные к задаче 1

Вариант	Плоскость и прямая	Вариант	Плоскость и прямая
1	$\sigma: x - 2y + z + 1 = 0,$ $a: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{3}$	2	$\sigma: x + 2y - z = 0,$ $a: \frac{x}{-1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-2}{16}$
3	$\sigma: 3x + 4y + 5z + 2 = 0,$ $a: \frac{x}{-3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-6}{4}$	4	$\sigma: -2x + y + 3z + 2 = 0,$ $a: \frac{x-3}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{6}$
5	$\sigma: -5x + y + 3z = 0,$ $a: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+7}{7}$	6	$\sigma: 2x + 3y - z = 0,$ $a: \frac{x}{2} = \frac{y+4}{6} = \frac{z-11}{14}$
7	$\sigma: 3x + 4y + 2z + 5 = 0,$ $a: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$	8	$\sigma: 4x + 5y - z = 0,$ $a: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{0}$
9	$\sigma: x + y - 3z = 0,$ $a: \frac{x+4}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2}$	10	$\sigma: x + 4y - 3z - 2 = 0,$ $a: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-3}$
11	$\sigma: 3x - 5y + 6 = 0,$ $a: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-5}{1}$	12	$\sigma: 2x - y + 2z - 1 = 0,$ $a: \frac{x+3}{0} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$
13	$\sigma: 4x + 2y - 7z - 8 = 0,$ $a: \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{3}$	14	$\sigma: x + y + 2 = 0,$ $a: \frac{x+2}{-6} = \frac{y-3}{-14} = \frac{z-4}{-6}$
15	$\sigma: 3x - 7y + z - 1 = 0,$ $a: \frac{x+3}{0} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$	16	$\sigma: 5x - y - 3z - 1 = 0,$ $a: \frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{-1}$
17	$\sigma: 2y - 3z + 4 = 0,$ $a: \frac{x+1}{0} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{3}$	18	$\sigma: 3x - 2y + 2z = 0,$ $a: \frac{x+10}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-11}{-3}$
19	$\sigma: 3x + 5y - z = 0,$ $a: \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{2}$	20	$\sigma: 2x + y - z + 8 = 0,$ $a: \frac{x+3}{12} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-2}{4}$

Продолжение табл.

Вариант	Плоскость и прямая	Вариант	Плоскость и прямая
21	$\sigma: 4y + 5z + 3 = 0,$ $a: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-7}{3}$	22	$\sigma: 7x + y + z = 0,$ $a: \frac{x-2}{-6} = \frac{y+3}{10} = \frac{z}{17}$
23	$\sigma: 2x + 4z - 1 = 0,$ $a: \frac{x+5}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-4}$	24	$\sigma: 5y - z + 6 = 0,$ $a: \frac{x+7}{-2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+4}{-1}$
25	$\sigma: 3x + 2y + z + 1 = 0,$ $a: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+2}{10}$	26	$\sigma: 2x - 2y = 0,$ $a: \frac{x+1}{9} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+7}{4}$
27	$\sigma: x - 2y + 3z = 0,$ $a: \frac{x}{18} = \frac{y-1}{12} = \frac{z+5}{7}$	28	$\sigma: 3y - 2z + 1 = 0,$ $a: \frac{x+5}{-1} = \frac{y-5}{0} = \frac{z+4}{-2}$
29	$\sigma: x + 7y + 4z - 9 = 0,$ $a: \frac{x}{23} = \frac{y+2}{11} = \frac{z+2}{14}$	30	$\sigma: 2x + 5z = 0,$ $a: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{4}$

**Задача 2.** В пространстве заданы точка  $M(x_1; y_1; z_1)$ , прямая  $a: \frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$  и плоскость  $\sigma: Ax + By + Cz + D = 0$ .

1. Составить уравнения прямой, проходящей через данную точку  $M$  перпендикулярно к заданной плоскости  $\sigma$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через данную точку  $M$  перпендикулярно к заданной прямой  $a$ .
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через данную прямую  $a$  и не лежащую на ней точку  $M$ .
4. Составить уравнения перпендикуляра, опущенного из данной точки  $M$  на заданную прямую  $a$ .
5. Вычислить расстояние от точки  $M$  до прямой  $a$ .

Исходные данные к задаче 2

Вариант	Точка, прямая и плоскость	Вариант	Точка, прямая и плоскость
1	$M(3; 3; 0),$ $a: \frac{x+5}{4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z}{-3},$ $\sigma: 2x - 4y - 4z + 1 = 0$	2	$M(-1; 2; 0),$ $a: \frac{x-5}{4} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z}{0},$ $\sigma: 2x - 3y + 4z = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Точка, прямая и плоскость	Вариант	Точка, прямая и плоскость
3	$M(1; 7; 4),$ $a: \frac{x-6}{26} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-2}{-1},$ $\sigma: 4y - 5z - 1 = 0$	4	$M(2; -1; 2),$ $a: \frac{x+8}{7} = \frac{y+22}{-4} = \frac{z-4}{0},$ $\sigma: x + y - 2z + 6 = 0$
5	$M(3; 0; -3),$ $a: \frac{x}{6} = \frac{y-1}{19} = \frac{z+1}{1},$ $\sigma: 9x + y + 9 = 0$	6	$M(-3; 2; 0),$ $a: \frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{-7} = \frac{z-4}{-1},$ $\sigma: 2x + 5y - 6z - 1 = 0$
7	$M(4; 4; -4),$ $a: \frac{x+6}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-1}{2},$ $\sigma: x - 4y + 3z + 3 = 0$	8	$M(0; 0; 11),$ $\frac{x+5}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{0},$ $\sigma: x + 5y - z = 0$
9	$M(0; -4; 5),$ $a: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1},$ $\sigma: 2x - z = 0$	10	$M(7; 1; 1),$ $\frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z-3}{0},$ $\sigma: y - 2z - 5x + 2 = 0$
11	$M(1; 0; -6),$ $a: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{17} = \frac{z-3}{6},$ $\sigma: 3x - 4y + 5z + 4 = 0$	12	$M(6; 5; -6)$ $a: \frac{x+2}{5} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z}{-4},$ $\sigma: x - y + 7z = 0$
13	$M(3; -3; 1),$ $a: \frac{x-9}{7} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+8}{-8},$ $\sigma: x + 3y - z = 0$	14	$M(5; -1; 4),$ $a: \frac{x-2}{3} = \frac{y+10}{3} = \frac{z-4}{4},$ $\sigma: 5y - z - 3 = 0$
15	$M(2; -1; 0),$ $a: \frac{x-5}{-2} = \frac{y+7}{4} = \frac{z}{0},$ $\sigma: x + 3y - z - 4 = 0$	16	$M(-3; 4; 5),$ $a: \frac{x-12}{0} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-5}{5},$ $\sigma: 7x - 3y + 4z = 0$
17	$M(-5; 1; 3),$ $a: \frac{x}{-11} = \frac{y-7}{-15} = \frac{z}{5},$ $\sigma: 5x - z + 9 = 0$	18	$M(1; 0; -1),$ $a: \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-2},$ $\sigma: 4x + 2y + 4z + 1 = 0$
19	$M(0; 5; -1),$ $a: \frac{x-7}{-5} = \frac{y+4}{22} = \frac{z-6}{18},$ $\sigma: 2x - z = 0$	20	$M(5; -1; 7),$ $a: \frac{x-10}{-4} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+6}{3},$ $\sigma: 5x + 2y + 4z - 4 = 0$
21	$M(3; 4; 2),$ $a: \frac{x+5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3},$ $\sigma: 2x + 5y + 3 = 0$	22	$M(0; -5; 1),$ $a: \frac{x+2}{0} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+4}{-1},$ $\sigma: 2x - y + 2z - 4 = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Точка, прямая и плоскость	Вариант	Точка, прямая и плоскость
23	$M(4; -3; 1),$ $\frac{x+6}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{3},$ $\sigma: 5x + y - 2z + 1 = 0$	24	$M(-2; 0; 1),$ $\frac{x-12}{2} = \frac{y-24}{-1} = \frac{z+11}{6},$ $\sigma: x + 5y - 5 = 0$
25	$M(2; 0; 4),$ $a: \frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-6}{-5},$ $\sigma: x - 2y + z - 3 = 0$	26	$M(2; 5; 0),$ $a: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{12},$ $\sigma: 3x + y + 8 = 0$
27	$M(2; -3; 7),$ $a: \frac{x-11}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{6},$ $\sigma: x + 2y - 1 = 0$	28	$M(5; 1; -2),$ $a: \frac{x+2}{2} = \frac{y+16}{5} = \frac{z-1}{2},$ $\sigma: 3x - 5y + 4z = 0$
29	$M(0; -2; 3),$ $a: \frac{x}{2} = \frac{y+9}{2} = \frac{z-3}{-7},$ $\sigma: 5x + y - 2z = 0$	30	$M(-3; 0; 4),$ $a: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{5},$ $\sigma: 4x - 2y + z - 1 = 0$

**Задача 3.** Даны уравнения прямых  $a: \frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$  и  $b: \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$ . Проверить, что данные прямые скрещиваются; составить уравнения общего перпендикуляра к данным прямым; вычислить кратчайшее расстояние между прямыми.

Исходные данные к задаче 3

Вариант	Уравнения прямых	Вариант	Уравнения прямых
1	$a: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{3},$ $b: \frac{x}{-1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-2}{16}$	2	$a: \frac{x}{-3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-6}{4},$ $b: \frac{x-3}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{6}$
3	$a: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+7}{7},$ $b: \frac{x}{2} = \frac{y+4}{6} = \frac{z-11}{14}$	4	$a: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3},$ $b: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{0}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых	Вариант	Уравнения прямых
5	$a: \frac{x+4}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2},$ $b: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-3}$	6	$a: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-5}{1},$ $b: \frac{x+3}{0} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$
7	$a: \frac{x}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{3},$ $b: \frac{x+2}{-6} = \frac{y-3}{-14} = \frac{z-4}{-6}$	8	$a: \frac{x+3}{0} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1},$ $b: \frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{-1}$
9	$a: \frac{x+1}{0} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{3},$ $b: \frac{x+10}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-11}{-3}$	10	$a: \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{2},$ $b: \frac{x+3}{12} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-2}{4}$
11	$a: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-7}{3},$ $b: \frac{x-2}{-6} = \frac{y+3}{10} = \frac{z}{17}$	12	$a: \frac{x+5}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-4},$ $b: \frac{x+7}{-2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+4}{-1}$
13	$a: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{7} = \frac{z+2}{10},$ $b: \frac{x+1}{9} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+7}{4}$	14	$a: \frac{x}{18} = \frac{y-1}{12} = \frac{z+5}{7},$ $b: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$
15	$a: \frac{x+5}{-1} = \frac{y-5}{0} = \frac{z+4}{-2},$ $b: \frac{x}{23} = \frac{y+2}{11} = \frac{z+2}{14}$	16	$a: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{4},$ $b: \frac{x+5}{4} = \frac{y-6}{1} = \frac{z}{-3}$
17	$a: \frac{x-5}{4} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z}{0},$ $b: \frac{x-6}{26} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-2}{-1}$	18	$a: \frac{x+8}{7} = \frac{y+22}{-4} = \frac{z-4}{0},$ $b: \frac{x}{6} = \frac{y-1}{19} = \frac{z+1}{1}$
19	$a: \frac{x+5}{-2} = \frac{y+3}{-7} = \frac{z-4}{-1},$ $b: \frac{x+6}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-1}{2}$	20	$a: \frac{x+5}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{0},$ $b: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$
21	$a: \frac{x+3}{2} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z-3}{0},$ $b: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{17} = \frac{z-3}{6}$	22	$a: \frac{x+2}{5} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z}{-4},$ $b: \frac{x-9}{7} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+8}{-8}$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения прямых	Вариант	Уравнения прямых
23	$a: \frac{x-2}{3} = \frac{y+10}{3} = \frac{z-4}{4},$ $b: \frac{x-5}{-2} = \frac{y+7}{4} = \frac{z}{0}$	24	$a: \frac{x-12}{0} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-5}{5},$ $b: \frac{x}{-11} = \frac{y-7}{-15} = \frac{z}{5}$
25	$a: \frac{x+4}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-5}{2},$ $b: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-3}$	26	$a: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-5}{1},$ $b: \frac{x+3}{0} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$
27	$a: \frac{x+2}{0} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+4}{-1},$ $b: \frac{x+6}{-1} = \frac{y}{4} = \frac{z-2}{3}$	28	$a: \frac{x-12}{2} = \frac{y-24}{-1} = \frac{z+11}{6},$ $b: \frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-6}{-5}$
29	$a: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{12},$ $b: \frac{x-11}{1} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{6}$	30	$a: \frac{x+2}{2} = \frac{y+16}{5} = \frac{z-1}{2},$ $b: \frac{x}{2} = \frac{y+9}{2} = \frac{z-3}{-7}$

## 21.4.

## ТВОРЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ (ЗАДАЧА 4)

**Задача 4.** Решить задачу согласно номеру своего варианта.

## Исходные данные к задаче 4

Вариант	Условие задачи
1	Найти угол между прямой $\begin{cases} y = 3x - 1, \\ 2z = -3x + 2 \end{cases}$ и плоскостью $2x + y + z - 4 = 0$
2	Написать уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$
3	Написать уравнения прямой, проходящей через начало координат и составляющей равные углы с плоскостями $4y = 3x$ , $y = 0$ и $z = 0$ . Найти эти углы

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
4	Найти точку пересечения прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ с плоскостью $x + 2y + 3z - 29 = 0$
5	Показать, что прямые $\begin{cases} x = z - 2, \\ y = 2z + 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1} \end{cases}$ пересекаются, и написать уравнение плоскости, в которой они расположены
6	Из точки $P(2; 3; -5)$ на координатные оси опущены перпендикуляры. Составить уравнение плоскости, проходящей через их основания
7	На плоскости $2x - 5y + 2z + 5 = 0$ найти такую точку $M$ , чтобы прямая $OM$ составляла с осями координат равные углы
8	Найти уравнение плоскости, точки которой одинаково удалены от точек $P(1; -4; 2)$ и $Q(7; 1; -5)$
9	Найти уравнения проекции прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ на плоскость $x + y + 2z - 5 = 0$
10	Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(2; -4; -1)$ и середину отрезка прямой $\begin{cases} 3x + 4y + 5z - 26 = 0, \\ 3x - 3y - 2z - 5 = 0, \end{cases}$ заключенного между плоскостями $5x + 3y - 4z + 11 = 0$ и $5x + 3y - 4z - 41 = 0$
11	Найти точку $Q$ , симметричную точке $P(4; 1; 6)$ относительно прямой $\begin{cases} x - y - 4z + 12 = 0, \\ 2x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$
12	Найти точку $Q$ , симметричную точке $P(2; -5; 7)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(5; 4; 6)$ и $M_2(-2; -17; -8)$
13	Найти точку $Q$ , симметричную точке $P(1; 3; -4)$ относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$
14	Убедившись, что прямые $\begin{cases} 2x + 2y - z - 10 = 0, \\ x - y - z - 22 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ параллельны, вычислить расстояние между ними

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
15	Найти точку $Q$ , симметричную точке $P(3; -4; -6)$ относительно плоскости, проходящей через точки $M_1(-6; 1; -5)$ , $M_2(7; -2; -1)$ и $M_3(10; -7; 1)$
16	Найти точку $Q$ , симметричную точке $P(-3; 2; 5)$ относительно плоскости, проходящей через прямые $\begin{cases} x - 2y + 3z - 5 = 0, \\ x - 2y - 4z + 3 = 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} 3x + y + 3z + 7 = 0, \\ 5x - 3y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$
17	Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M_0(3; -2; -4)$ параллельно плоскости $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ и пересекает прямую $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$
18	Составить параметрические уравнения прямой, которая проходит параллельно плоскостям $3x + 12y - 3z - 5 = 0$ , $3x - 4y + 9z + 7 = 0$ и пересекает прямые $\frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3} \text{ и } \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$
19	Найти проекцию точки $C(3; -4; -2)$ на плоскость, проходящую через параллельные прямые $\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4} \text{ и } \frac{x-2}{13} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-4}$
20	Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ перпендикулярно к плоскости $3x + 2y - z - 5 = 0$
21	Найти уравнения проекции прямой $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ на плоскость $2x + 3y - z - 5 = 0$
22	Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x = 3t + 1, \\ y = 2t + 3, \\ z = -t - 2 \end{cases}$ параллельно прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0, \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}$

Продолжение табл.

Вариант	Условие задачи
23	Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ и $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$
24	Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = -3t + 2, \\ z = 2t - 3 \end{cases}$ и точку $M_1(2; -2; 1)$
25	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1; 2; -3)$ параллельно прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}$ и $\frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}$
26	Точка $M(x; y; z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $M_0(15; -24; -16)$ со скоростью $v = 12$ в направлении вектора $\vec{s} = \{-2; 2; 1\}$ . Убедившись, что траектория точки $M$ пересекает плоскость $3x + 4y + 7z - 17 = 0$ , найти точку $P$ их пересечения
27	Точка $M(x; y; z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $M_0(28; -30; -27)$ со скоростью $v = 12,5$ по перпендикуляру, опущенному из точки $M_0$ на плоскость $15x - 16y - 12z + 26 = 0$ . Составить уравнения движения точки $M$ и найти длину отрезка $M_0P$
28	Точка $M(x; y; z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $M_0(11; -21; 20)$ со скоростью $v = 12$ в направлении вектора $\vec{s} = \{-1; 2; -2\}$ . Определить, за какое время она пройдет отрезок своей траектории, заключенный между параллельными плоскостями $2x + 3y + 5z - 41 = 0$ и $2x + 3y + 5z + 31 = 0$
29	На плоскости $xOz$ найти такую точку $P$ , разность расстояний которой до точек $M_1(3; 2; -5)$ и $M_2(8; -4; -13)$ была бы наибольшей
30	На плоскости $2x - 3y + 3z - 17 = 0$ найти такую точку $P$ , сумма расстояний которой до точек $A(3; -4; 7)$ и $B(-5; -14; 17)$ была бы наименьшей