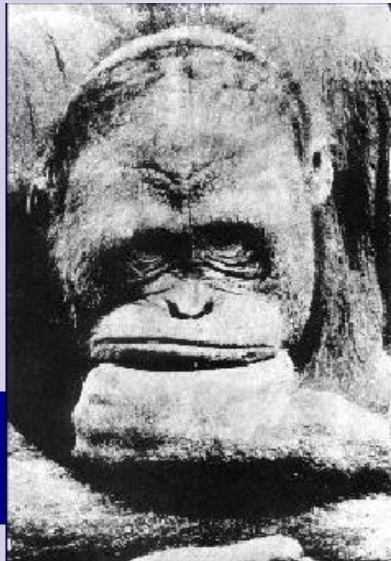
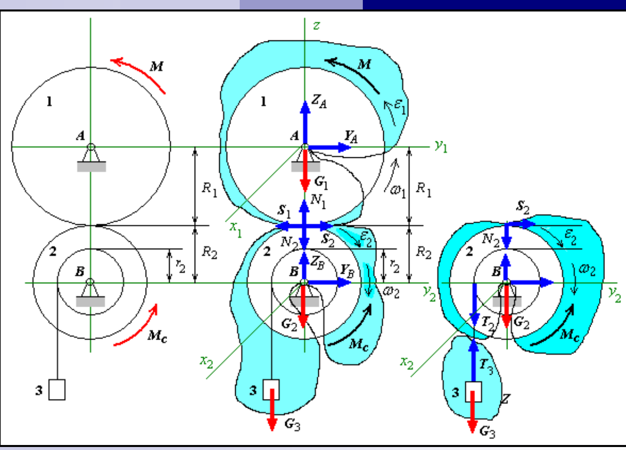


Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»
Инженерно-технический институт

Курс лекций по теоретической механике

Статика



Лекция 3.

Пространственная система сил.

Лекция 3

- **Пространственная произвольная система сил** – силы не лежат в одной плоскости и их линии действия не пересекаются в одной точке.

Для рассмотрения такой системы сил необходимо ввести новые понятия:

1. Момент силы относительно центра в пространстве.
2. Момент силы относительно оси.
3. Момент пары сил в пространстве.

- **Момент силы относительно центра в пространстве** – векторная величина, равная векторному произведению радиуса-вектора, проведенного из центра к точке приложения силы, и вектора силы.

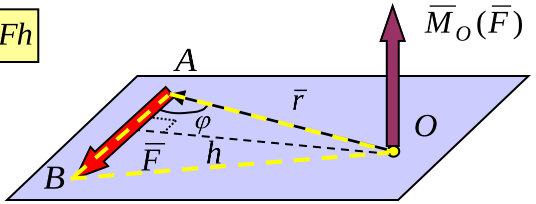
$$\overline{M}_O(\overline{F}) = \overline{r} \times \overline{F}$$

По определению векторного произведения вектор момента силы направлен перпендикулярно плоскости, проведенной через центр и силу, в ту сторону, откуда поворот радиуса-вектора к вектору силы на наименьший угол представляется происходящим по часовой стрелке.

Модуль вектора момента силы относительно центра равен:

$$M_O(\overline{F}) = rF\sin(\overline{r}, \overline{F}) = Fh$$

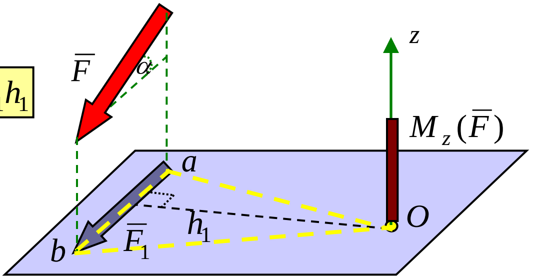
Модуль вектора момента силы относительно центра численно равен удвоенной площади треугольника *ΔOAB*.



- **Момент силы относительно оси** – алгебраическая величина, равная произведению проекции вектора силы на плоскость, перпендикулярную оси, на плечо этой проекции относительно точки пересечения оси с плоскостью, взятая со знаком + (плюс), если вращение плоскости под действием силы представляется при взгляде навстречу оси происходящим против часовой стрелки, и со знаком – (минус) в противном случае.

$$M_z(\overline{F}) = \pm F_1 h_1$$

Момент силы относительно оси численно равен удвоенной площади треугольника *ΔOab*.



- **Связь момента силы относительно центра и относительно оси.**

Модуль вектора момента силы относительно центра, лежащего на оси z, равен удвоенной площади треугольника *OAB*:

$$M_O(\overline{F}) = Fh = 2S_{OAB}$$

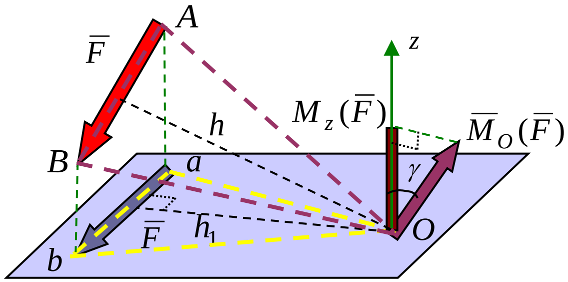
Момент силы относительно оси z, равен удвоенной площади треугольника *Oab*:

$$M_z(\overline{F}) = F_1 h_1 = 2S_{Oab}$$

Треугольник *Oab* получен проекцией треугольника *OAB* на плоскость, перпендикулярную оси z, и его площадь связана с площадью треугольника *OAB* соотношением:

$$S_{Oab} = S_{OAB}\cos\gamma$$

, где γ - двугранный угол между плоскостями треугольников.

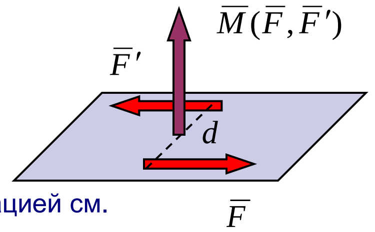


Поскольку вектор момента силы относительно точки перпендикулярен плоскости треугольника *OAB,* то угол между вектором и осью равен углу γ.

Таким образом, **момент силы относительно оси есть проекция вектора момента силы относительно центра на эту ось**:

$$M_z(\overline{F}) = M_0(\overline{F})\cos\gamma$$

Лекция 3 (продолжение – 6.2)



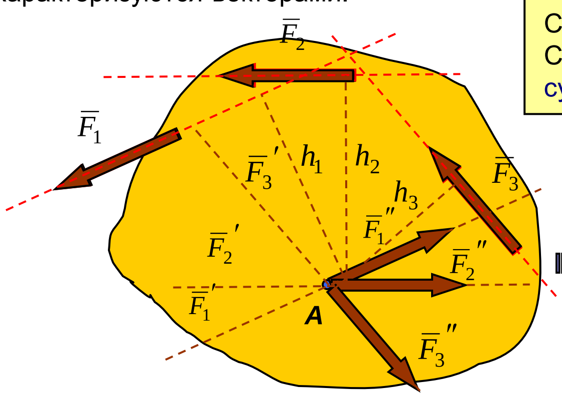
- **Момент пары сил в пространстве –** вектор, перпендикулярный плоскости действия пары, направленный в ту сторону, откуда вращение плоскости под действием пары представляется происходящим против часовой стрелки.
  Модуль вектора момента пары равен произведению одной из сил пары на плечо пары: $\boxed{M = Fd = F'd}$
- **Теоремы о парах:** (Теоремы приводятся без доказательств. Подробные доказательства с графической анимацией см. демонстрационную программу автора по теории пар “Теория пар” на сайте МИИТа. Посмотреть…)
- **О переносе пары сил в плоскость, параллельную плоскости ее действия** – Пару сил можно перенести в любую плоскость, параллельную плоскости ее действия. Кинематическое состояние тела не изменится.
- **Об эквивалентности пар сил** – Пару сил можно заменить другой парой сил, если их моменты геометрически (векторно) равны. Кинематическое состояние тела не изменится.
- **О сложении пар сил на плоскости** – Систему пар сил на плоскости можно заменить одной парой, момент которой равен геометрической (векторной) сумме моментов исходных пар. Кинематическое состояние тела не изменится.
- **Условие равновесия системы пар сил** - $\boxed{\overline{M} = \sum \overline{M}_i = 0}$

Далее будем по-прежнему придерживаться общего плана исследования системы сил, последовательно решая три вопроса :

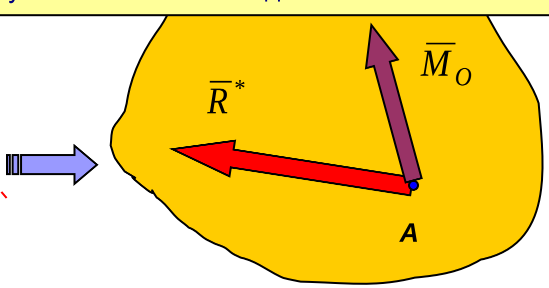
1. Как упростить систему?
2. Каков простейший вид системы?
3. Каковы условия равновесия системы?

- **Приведение плоской произвольной системы сил к заданному центру –** выбираем произвольную точку на плоскости и каждую из сил переносим по методу Пуансо в эту точку. Вместо исходной произвольной системы получим сходящуюся систему сил и систему пар.

В отличие от ранее рассмотренной плоской произвольной системы сил теперь при использовании метода Пуансо присоединенные пары сил характеризуются векторами.



Сходящаяся система сил приводится к одной
Система пар приводится к одной паре (теорем
сумме моментов исходных сил относительно



В общем случае плоская произвольная система сил приводится к одной силе, называемой главным вектором и к паре с моментом, равным главному моменту всех сил системы относительно центра приведения:

$\boxed{\overline{R}^* = \sum \overline{F}_i}$ **- главный вектор,**

$\boxed{\overline{M} = \overline{M}_A = \sum \overline{M}_{iA}}$ **- главный момент.**