3.4. Индивидуальные задания

1. Решить матричное уравнение. Найденную матрицу X представить в виде произведения элементарных матриц:

$$A_1=\begin{pmatrix}2&3&0\\3&4&0\\1&2&1\end{pmatrix};\quad A_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&3&1\\3&2&1\end{pmatrix};\quad A_3=\begin{pmatrix}1&1&1\\3&0&1\\4&0&1\end{pmatrix};\quad A_4=\begin{pmatrix}1&0&1\\2&3&0\\1&1&0\end{pmatrix};$$

$$A_5=\begin{pmatrix}2&3&4\\1&0&0\\1&1&1\end{pmatrix};\quad A_6=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&2&1\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

1) $XA_1=A_2$; 2) $XA_2=A_1$; 3) $A_1^{-1}X=A_2^{-1}$; 4) $A_3X=A_4$;
5) $A_4X=A_3^{-1}$; 6) $XA_4^{-1}=A_3^{-1}$; 7) $XA_3^{-1}=A_4^{-1}$; 8) $A_2X=A_3$;
9) $XA_4=A_2$; 10) $A_2^{-1}X=A_5^{-1}$; 11) $A_3X=A_6$; 12) $XA_2=A_6$;
13) $XA_2^{-1}=A_6^{-1}$; 14) $A_4X=A_5$; 15) $A_1X=A_4$ 16) $A_5XA_4^{-1}=A_1$;
17) $A_1X=A_6$; 18) $XA_3=A_5$; 19) $A_2X=A_6$; 20) $A_3X=A_1$;
21) $A_4^{-1}X=A_1^{-1}$; 22) $A_2^{-1}X=A_1^{-1}$; 23) $XA_3=A_4$; 24) $A_3^{-1}X=A_5$;
25) $A_3X=A_5$; 26) $XA_5=A_1$; 27) $A_4X=A_6$; 28) $A_5^{-1}X=A_4^{-1}$;
29) $XA_6=A_5$; 30) $A_5X=A_6$.

2. Найти невырожденные матрицы P и T, такие, что имеет место равенство: $A=PBT$, если $A=\begin{pmatrix}2&3&n+1&m+2\\3&0&9-n&8-m\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}n-4&n+2&1&3\\m-3&n+4&0&1\end{pmatrix}$, где $\overline{nm}$ – номер варианта (например: если вариант 23, то n=2, m=3, если номер варианта меньше 10, то n=0).

3. Найти общее решение системы, заданной расширенной матрицей, предварительно исследовав ее на совместность:

$$\left(\begin{array}{cccccc|c}2&3&n&m&0&0&1\\1&-2&9-2n&1&2&1&0\\3&1&9-n&m+1&2&1&1\end{array}\right),$$

где $\overline{nm}$ – номер варианта (например: если вариант 23, то n=2, m=3, если номер варианта меньше 10, то n=0).

4. Найти ранг матрицы A и матрицу X, удовлетворяющую равенству $XA=S$, где S – ступенчатая матрица, эквивалентная матрице A. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений, если A – основная матрица этой системы.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & n+1 & m-3 & 0 & 3 \\ n+1 & n+1 & n+1 & n+1 & n+1 \\ 7 & 8-n & 6-m & 9 & 6 \\ 1 & n & m-4 & -1 & 2 \end{pmatrix},$$

где $\overline{nm}$ – номер варианта (например: если вариант 23, то n=2, m=3, если номер варианта меньше 10, то n=0).

5. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} n+1 & m-1 \\ m-1 & n+1 \end{pmatrix}$. Найти все матрицы перестановочные с матрицей A, где $\overline{nm}$ – номер варианта (например: если вариант 23, то n=2, m=3, если номер варианта меньше 10, то n=0).

6. Исследовать систему, заданную расширенной матрицей. Найти общее решение в зависимости от параметра k.

1–15 $\left(\begin{array}{ccc|c} k & k+i & 3 & -2 \\ 0 & k+i & 1 & -3 \\ 2k & k+i & k+3 & 0 \end{array}\right)$, где i – номер варианта;

16–30 $\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & k-i & k-3 & -1 \\ 2 & k-i & -2 & -4 \\ k+9 & k-i & -7 & 5 \end{array}\right)$, где i – номер варианта.

СПИСОК ИСОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глухов М.М, Солодовников А.С. Задачник–практикум по высшей алгебре. – М.: МГЗПИ, 1969.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – Спб.: Издательство «Лань», 2004.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 2001.
4. Скорняков Л.А. Системы линейных уравнений. – М.: Наука, 1986 .