

23. Сколько пар полярных координат можно поставить в соответствие любой точке плоскости?
24. Сколько точек можно поставить в соответствие любой паре чисел $(\rho; \varphi)$?

7.2.

**ВАРИАНТЫ ТИПОВОГО РАСЧЕТА
«ПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ»**

Задача 1. В ПСК заданы точки M_1, M_2, M_3 .

1. Построить точки в ПСК.
2. Найти их координаты в ДПСК.

Данные к задаче 1

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
1	$M_1(4; \pi/8),$ $M_2(2\sqrt{3}; -2\pi/3),$ $M_3(3; 13\pi/6)$	2	$M_1(9; \pi/3),$ $M_2(4\sqrt{3}; -\pi/6),$ $M_3(4; 21\pi/10)$	3	$M_1(5/4; \pi/4),$ $M_2(6; -5\pi/6),$ $M_3(2; 20\pi/3)$
4	$M_1(3; \pi/6),$ $M_2(8; -3\pi/4),$ $M_3(5; 25\pi/12)$	5	$M_1(8; 3\pi/8),$ $M_2(10; -\pi/3),$ $M_3(7,5; 5\pi/2)$	6	$M_1(9/2; \pi/2),$ $M_2(5; -7\pi/8),$ $M_3(3; 13\pi/6)$
7	$M_1(2; 5\pi/8),$ $M_2(\sqrt{3}; -\pi/6),$ $M_3(4; 9\pi/4)$	8	$M_1(3/2; 2\pi/3),$ $M_2(4; -\pi/8),$ $M_3(6; 25\pi/6)$	9	$M_1(6; 3\pi/4),$ $M_2(7; 3\pi/8),$ $M_3(2; 13\pi/3)$
10	$M_1(5/2; 5\pi/6),$ $M_2(1; -5\pi/8),$ $M_3(3; 17\pi/4)$	11	$M_1(2; 7\pi/8),$ $M_2(4; -\pi/4),$ $M_3(1; 25\pi/6)$	12	$M_1(3; 3\pi/5),$ $M_2(9; -\pi/2),$ $M_3(2; 7\pi/3)$
13	$M_1(5; \pi/5),$ $M_2(7; -2\pi/3),$ $M_3(3,5; 9\pi/2)$	14	$M_1(8; \pi/12),$ $M_2(6\sqrt{3}; -5\pi/6),$ $M_3(10; 13\pi/3)$	15	$M_1(2\sqrt{2}; 3\pi/4),$ $M_2(5; -\pi/3),$ $M_3(8; 13\pi/6)$
16	$M_1(2; 7\pi/12),$ $M_2(5/2; -\pi/6),$ $M_3(4; 7\pi/3)$	17	$M_1(3; 5\pi/6),$ $M_2(8; -\pi/12),$ $M_3(2; 17\pi/4)$	18	$M_1(1; 3\pi/4),$ $M_2(4\sqrt{3}; -\pi/3),$ $M_3(5; 19\pi/9)$
19	$M_1(4; \pi/3),$ $M_2(\sqrt{2}; -3\pi/4),$ $M_3(6; 17\pi/8)$	20	$M_1(\sqrt{5}; 3\pi/2),$ $M_2(8; -2\pi/9),$ $M_3(2; 9\pi/4)$	21	$M_1(5/2; 2\pi/3),$ $M_2(2; -4\pi/9),$ $M_3(3; 13\pi/3)$
22	$M_1(5; \pi/8),$ $M_2(\sqrt{3}; -5\pi/6),$ $M_3(4; 17\pi/4)$	23	$M_1(6; 4\pi/5),$ $M_2(10; -\pi/3),$ $M_3(9; 25\pi/6)$	24	$M_1(7; 7\pi/9),$ $M_2(11; -\pi/4),$ $M_3(3; 7\pi/3)$

Продолжение табл.

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
25	$M_1(9; \pi/2),$ $M_2(6; -3\pi/4),$ $M_3(2; 11\pi/5)$	26	$M_1(6; 3\pi/4),$ $M_2(12; -\pi/2),$ $M_3(5; 21\pi/10)$	27	$M_1(2; \pi),$ $M_2(1; -\pi/8),$ $M_3(6; 9\pi/4)$
28	$M_1(1; 5\pi/6),$ $M_2(3; -\pi/12),$ $M_3(4; 13\pi/3)$	29	$M_1(8; 2\pi/3),$ $M_2(7; -\pi),$ $M_3(3; 20\pi/9)$	30	$M_1(2; 3\pi/5),$ $M_2(2\sqrt{3}; -\pi/6),$ $M_3(1; 9\pi/4)$

Задача 2. Заданы координаты точек M_1, M_2, M_3 в ДПСК.

1. Найти полярные координаты M_1, M_2, M_3 .

2. Построить точки M_1, M_2, M_3 в ПСК и ДПСК, совместив эти системы координат.

Данные к задаче 2

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
1	$M_1(-1; -3),$ $M_2(-7; -7),$ $M_3(0; 4)$	2	$M_1(-3; 6),$ $M_2(-1; -1),$ $M_3(0; -6)$	3	$M_1(-5; 7),$ $M_2(2; -2\sqrt{3}),$ $M_3(1; 0)$
4	$M_1(-2; 6),$ $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{6}),$ $M_3(0; 5)$	5	$M_1(6; 5),$ $M_2(-3/2; -3/2),$ $M_3(0; -4)$	6	$M_1(-1; 4),$ $M_2(-\sqrt{5}; \sqrt{5}),$ $M_3(0; 7)$
7	$M_1(-5; 10),$ $M_2(-2\sqrt{3}; -2),$ $M_3(-3; 0)$	8	$M_1(-3; 4),$ $M_2(\sqrt{5}; -\sqrt{5}),$ $M_3(8; 0)$	9	$M_1\left(0; \frac{4}{3}\right),$ $M_2(-6; -6\sqrt{3}),$ $M_3(-1; 3)$
10	$M_1(9; 4),$ $M_2(-2; -2),$ $M_3(0; 3/2)$	11	$M_1(4; 3),$ $M_2(-\sqrt{5}; -\sqrt{15}),$ $M_3(0; -2)$	12	$M_1(7; 3),$ $M_2(-5/2; -5/2),$ $M_3(4; 0)$
13	$M_1(2; -5),$ $M_2(-3; -3),$ $M_3(0; 6)$	14	$M_1(-6; -5),$ $M_2(-7/2; -7/2),$ $M_3(0; -8)$	15	$M_1(4; 8),$ $M_2(-\sqrt{3}; -1),$ $M_3(-7; 0)$
16	$M_1(5; 6),$ $M_2(-1; -\sqrt{3}),$ $M_3(-7; -7\sqrt{2})$	17	$M_1(8; 3),$ $M_2(-\sqrt{4}; -\sqrt{12}),$ $M_3(0; 9/2)$	18	$M_1(-1; 5),$ $M_2(\sqrt{2}; \sqrt{2}),$ $M_3(0; 9)$

Продолжение табл.

Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек	Вариант	Координаты точек
19	$M_1(-3; -4),$ $M_2(-\sqrt{3}; 1),$ $M_3(0; -5)$	20	$M_1(3; 6),$ $M_2(-4; -4),$ $M_3(0; -7/2)$	21	$M_1(2; 7),$ $M_2(-5; -5),$ $M_3(0; 1/2)$
22	$M_1(-4; 5),$ $M_2(-3/4; -\sqrt{3}/4),$ $M_3(0; -1)$	23	$M_1(5; -10),$ $M_2(-7\sqrt{3}; -7),$ $M_3(0; 8)$	24	$M_1(3; 4),$ $M_2(-\sqrt{5}; -\sqrt{5}),$ $M_3(0; -3)$
25	$M_1(1; -6),$ $M_2(-3/5; \sqrt{3}/5),$ $M_3(5; 0)$	26	$M_1(-1; -2),$ $M_2(-5\sqrt{3}; 5),$ $M_3(0; -9)$	27	$M_1(-4; -9),$ $M_2(-6; 2\sqrt{3}),$ $M_3(0; 5/2)$
28	$M_1(2; 1),$ $M_2(-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}),$ $M_3(6; 0)$	29	$M_1(1; 5),$ $M_2(-\sqrt{7}; -\sqrt{7}),$ $M_3(0; 1)$	30	$M_1(10; 3),$ $M_2(-4; -4\sqrt{3}),$ $M_3(0; -7)$

Задача 3. Даны уравнения кривых в ДПСК $F(x; y) = 0$.

1. Получить их уравнения в ПСК.

2. Построить кривые в ПСК.

Данные к задаче 3

Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых
1	а) $3x^2 + 3y^2 = 12;$ б) $x^2 + y^2 - 8y = 0$	2	а) $5x^2 + 5y^2 = 15;$ б) $x^2 + y^2 + 3y = 0$	3	а) $9x^2 + 9y^2 = 16;$ б) $x^2 + y^2 - x = 0$
4	а) $7x^2 + 7y^2 = 49;$ б) $x^2 + y^2 + 14x = 0$	5	а) $4x^2 + 4y^2 = 25;$ б) $x^2 + y^2 - 9y = 0$	6	а) $6x^2 + 6y^2 = 54;$ б) $x^2 + y^2 + 14x = 0$
7	а) $8x^2 + 8y^2 = 162;$ б) $x^2 + y^2 + 7y = 0$	8	а) $3x^2 + 3y^2 = 60;$ б) $x^2 + y^2 + x = 0$	9	а) $2x^2 + 2y^2 = 11;$ б) $x^2 + y^2 + 12y = 0$
10	а) $5x^2 + 5y^2 = 40;$ б) $x^2 + y^2 - y = 0$	11	а) $4x^2 + 4y^2 = 9;$ б) $x^2 + y^2 + 5x = 0$	12	а) $25x^2 + 25y^2 = 4;$ б) $x^2 + y^2 - 8x = 0$
13	а) $16x^2 + 16y^2 = 9;$ б) $x^2 + y^2 + 14y = 0$	14	а) $11x^2 + 11y^2 = 55;$ б) $x^2 + y^2 - 7y = 0$	15	а) $13x^2 + 13y^2 = 169;$ б) $x^2 + y^2 + 16x = 0$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых
16	а) $49x^2 + 49y^2 = 36$; б) $x^2 - 14x + y^2 = 0$	17	а) $64x^2 + 64y^2 = 4$; б) $x^2 + y^2 + 18y = 0$	18	а) $12x^2 + 12y^2 = 72$; б) $x^2 + y^2 - 17y = 0$
19	а) $5x^2 + 5y^2 = 75$; б) $x^2 + y^2 + 10x = 0$	20	а) $3x^2 + 3y^2 = 54$; б) $x^2 + y^2 - 12,5x = 0$	21	а) $36x^2 + 36y^2 = 25$; б) $x^2 + y^2 + 4,5y = 0$
22	а) $16x^2 + 16y^2 = 9$; б) $x^2 + y^2 - 16y = 0$	23	а) $25x^2 + 25y^2 = 121$; б) $x^2 + y^2 + 6,5x = 0$	24	а) $64x^2 + 64y^2 = 9$; б) $x^2 + y^2 - 12x = 0$
25	а) $9x^2 + 9y^2 = 54$; б) $x^2 + y^2 + 15y = 0$	26	а) $4x^2 + 4y^2 = 81$; б) $x^2 + y^2 - 5y = 0$	27	а) $49x^2 + 49y^2 = 9$; б) $x^2 + y^2 + 9x = 0$
28	а) $10x^2 + 10y^2 = 40$; б) $x^2 + y^2 - 2x = 0$	29	а) $9x^2 + 9y^2 = 144$; б) $x^2 + y^2 + 8y = 0$	30	а) $16x^2 + 16y^2 = 4$; б) $x^2 + y^2 - 2y = 0$

Задача 4. Даны уравнения кривых в ПСК $F(\rho; \varphi) = 0$.

1. Построить кривую в ПСК.

2. Записать ее уравнение в ДПСК.

Данные к задаче 4

Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых
1	а) $\rho = 2,5\varphi$; б) $\rho = -5\cos \varphi$; в) $\rho = 2 \times (1 - \sin \varphi)$	2	а) $\rho = -3\varphi$; б) $\rho = \cos \varphi$; в) $\rho = 0,5 \times (1 + \sin \varphi)$	3	а) $\rho = 2\varphi/3$; б) $\rho = -3\sin \varphi$; в) $\rho = 0,5 \times (1 + \cos \varphi)$
4	а) $\rho = -2,5\varphi$; б) $\rho = 2\sin \varphi$; в) $\rho = 3 \times (1 + \cos \varphi)$	5	а) $\rho = 4\varphi$; б) $\rho = -2\cos \varphi$; в) $\rho = 3 \times (1 + \sin \varphi)$	6	а) $\rho = -5\varphi/6$; б) $\rho = 8\sin \varphi$; в) $\rho = 4 \times (1 - \cos \varphi)$

Продолжение табл.

Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых
7	а) $\rho = 2\varphi$; б) $\rho = 6\cos \varphi$; в) $\rho = 1 - \sin \varphi$	8	а) $\rho = -3\varphi/2$; б) $\rho = -9\sin \varphi$; в) $\rho = 5 \times$ $\times (1 + \cos \varphi)$	9	а) $\rho = 3,5\varphi$; б) $\rho = 9\cos \varphi$; в) $\rho = 2 \times$ $(1 + \sin \varphi)$
10	а) $\rho = \sqrt{2}\varphi$; б) $\rho = -4\cos \varphi$; в) $\rho = 2,5 \times$ $\times (1 - \sin \varphi)$	11	а) $\rho = 5\varphi/4$; б) $\rho = 7\sin \varphi$; в) $\rho = 8 \times$ $\times (1 - \cos \varphi)$	12	а) $\rho = \sqrt{3}\varphi$; б) $\rho = -6\sin \varphi$; в) $\rho = 4 \times$ $\times (1 + \cos \varphi)$
13	а) $\rho = 5\varphi/4$; б) $\rho = 3\cos \varphi$; в) $\rho = 1,5 \times$ $\times (1 - \sin \varphi)$	14	а) $\rho = \sqrt{5}\varphi$; б) $\rho = -10\cos \varphi$; в) $\rho = 2 \times$ $\times (1 + \sin \varphi)$	15	а) $\rho = 0,5\varphi$; б) $\rho = \sin \varphi$; в) $\rho = 6 \times$ $\times (1 - \cos \varphi)$
16	а) $\rho = \varphi/3$; б) $\rho = -3/2\sin \varphi$; в) $\rho = 10 \times$ $\times (1 + \cos \varphi)$	17	а) $\rho = \varphi/6$; б) $\rho = 7\cos \varphi$; в) $\rho = 9 \times$ $\times (1 - \sin \varphi)$	18	а) $\rho = \sqrt{6}\varphi$; б) $\rho = -6\cos \varphi$; в) $\rho = 4,5 \times$ $\times (1 + \sin \varphi)$
19	а) $\rho = 3\varphi/4$; б) $\rho = 5/2\sin \varphi$; в) $\rho = 3,5 \times$ $\times (1 + \cos \varphi)$	20	а) $\rho = \sqrt{7}\varphi$; б) $\rho = -8\sin \varphi$; в) $\rho = 1 - \cos \varphi$	21	а) $\rho = \sqrt{8}\varphi$; б) $\rho = 10\cos \varphi$; в) $\rho = 4 \times$ $\times (1 + \sin \varphi)$
22	а) $\rho = \varphi/4$; б) $\rho = -9/2\cos \varphi$; в) $\rho = 5 \times$ $\times (1 - \sin \varphi)$	23	а) $\rho = \sqrt{10}\varphi$; б) $\rho = 5\sin \varphi$; в) $\rho = 7 \times$ $\times (1 - \cos \varphi)$	24	а) $\rho = 2\varphi/5$; б) $\rho = 11\sin \varphi$; в) $\rho = 5,5 \times$ $\times (1 + \cos \varphi)$
25	а) $\rho = 3\varphi/5$; б) $\rho = 11\cos \varphi$; в) $\rho = 6 \times$ $\times (1 + \sin \varphi)$	26	а) $\rho = 6\varphi/7$; б) $\rho = -2\sqrt{3}\cos \varphi$; в) $\rho = 3 \times$ $\times (1 - \sin \varphi)$	27	а) $\rho = \varphi/5$; б) $\rho = 2\sqrt{7}\sin \varphi$; в) $\rho = 5,5 \times$ $\times (1 + \cos \varphi)$
28	а) $\rho = -2\varphi$; б) $\rho = -2\sqrt{5}\sin \varphi$; в) $\rho = 2,5 \times$ $\times (1 - \cos \varphi)$	29	а) $\rho = -4\varphi$; б) $\rho = 3,5\cos \varphi$; в) $\rho = 10 \times$ $\times (1 - \sin \varphi)$	30	а) $\rho = -\varphi/2$; б) $\rho = -\cos \varphi$; в) $\rho = 7 \times$ $\times (1 + \sin \varphi)$

Задача 5. Даны уравнения кривых в ДПСК и ПСК.
Построить кривые в ПСК.

Данные к задаче 5

Вариант	Уравнения кривых	Вариант	Уравнения кривых
1	а) $(x^2 + y^2)^2 = 18xy$; б) $\rho = 5\cos 3\varphi$	2	а) $(x^2 + y^2)^2 = 16/9 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 2\sin 3\varphi$
3	а) $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$; б) $\rho = 4\cos 3\varphi$	4	а) $(x^2 + y^2)^2 = 13xy$; б) $\rho = -4\cos 2\varphi$
5	а) $(x^2 + y^2)^2 = 4 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = -2\sin 3\varphi$	6	а) $(x^2 + y^2)^2 = 5 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = \sin 4\varphi$
7	а) $(x^2 + y^2)^2 = 9xy$; б) $\rho = 2\cos 4\varphi$	8	а) $(x^2 + y^2)^2 = 7xy$; б) $\rho = -\cos 2\varphi$
9	а) $(x^2 + y^2)^2 = 6 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 3\sin 3\varphi$	10	а) $(x^2 + y^2)^2 = 16 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 3\sin 4\varphi$
11	а) $(x^2 + y^2)^2 = 2xy$; б) $\rho = -3\cos 2\varphi$	12	а) $(x^2 + y^2)^2 = 64xy$; б) $\rho = 3/2\cos 3\varphi$
13	а) $(x^2 + y^2)^2 = 25 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 3/2\sin 3\varphi$	14	а) $(x^2 + y^2)^2 = 5xy$; б) $\rho = 3/2\cos 2\varphi$
15	а) $(x^2 + y^2)^2 = 9 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = -4\sin 2\varphi$	16	а) $(x^2 + y^2)^2 = xy$; б) $\rho = 4\cos 4\varphi$
17	а) $(x^2 + y^2)^2 = 7(x^2 - y^2)$; б) $\rho = 5\sin 3\varphi$	18	а) $(x^2 + y^2)^2 = 10xy$; б) $\rho = \cos 3\varphi$
19	а) $(x^2 + y^2)^2 = 12 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 2/3\sin 3\varphi$	20	а) $(x^2 + y^2)^2 = 16xy$; б) $\rho = -6\cos 2\varphi$
21	а) $(x^2 + y^2)^2 = 36 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 5\sin 4\varphi$	22	а) $(x^2 + y^2)^2 = 25xy$; б) $\rho = 5/2\cos 4\varphi$
23	а) $(x^2 + y^2)^2 = 5 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 3\sin 3\varphi$	24	а) $(x^2 + y^2)^2 = 36xy$; б) $\rho = -5/2\cos 2\varphi$
25	а) $(x^2 + y^2)^2 = 64 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = 7/2\sin 3\varphi$	26	а) $(x^2 + y^2)^2 = 6xy$; б) $\rho = 2\cos 3\varphi$
27	а) $(x^2 + y^2)^2 = 9/4 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = -6\sin 2\varphi$	28	а) $(x^2 + y^2)^2 = 8xy$; б) $\rho = 7\cos 4\varphi$
29	а) $(x^2 + y^2)^2 = 25/4 \cdot (x^2 - y^2)$; б) $\rho = -4\sin 4\varphi$	30	а) $(x^2 + y^2)^2 = 32xy$; б) $\rho = 6\cos 3\varphi$