

23. Что является результатом векторного произведения двух векторов?
24. Перечислите свойства векторного произведения.
25. Запишите координатную форму векторного произведения.
26. Как найти площадь треугольника с помощью векторного произведения векторов?
27. Приведите примеры применения векторного произведения в физике.
28. Что является результатом смешанного произведения трех упорядоченных векторов \vec{a}, \vec{b} и \vec{c} ?
29. Как найти объем параллелепипеда? пирамиды?
30. Какие векторы называются компланарными? Запишите условие компланарности данных трех векторов.

5.2.

**ВАРИАНТЫ ТИПОВОГО РАСЧЕТА
«СКАЛЯРНОЕ, ВЕКТОРНОЕ И СМЕШАННОЕ
ПРОИЗВЕДЕНИЯ»**

Задача 1. Векторы \vec{a} и \vec{b} заданы координатами.

Найти:

а) скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} ;

б) угол между векторами \vec{a} и \vec{b} и проекцию вектора \vec{a} на вектор \vec{b} .

Вариант	a_x	a_y	a_z	b_x	b_y	b_z
1	-2	10	10	8	3	2
2	-7	-2	6	10	-8	3
3	-6	7	11	-1	2	-2
4	7	-4	9	11	1	2
5	7	-1	7	9	5	-8
6	-5	7	11	-9	2	-10
7	0	-4	-4	-1	-3	-8
8	-10	-6	1	-5	7	-6
9	2	-10	-1	10	-6	1
10	5	10	3	6	-5	-2
11	5	11	-5	-4	1	-9
12	-1	-2	-4	-6	8	5

Продолжение табл.

Вариант	a_x	a_y	a_z	b_x	b_y	b_z
13	-2	2	-7	11	-7	-5
14	6	-4	10	-7	-3	2
15	-1	3	6	-2	-3	8
16	-1	10	-8	-10	-6	5
17	11	-9	3	-6	9	11
18	10	1	-10	-1	-10	4
19	11	-3	6	9	2	8
20	-7	-10	-6	-7	-4	0
21	0	-1	11	7	11	1
22	1	8	10	6	-7	-1
23	5	7	6	5	-5	-5
24	-10	2	9	-4	-5	-1
25	-2	-3	-6	-1	2	-4
26	-10	-4	-3	6	2	11
27	4	-8	10	9	1	5
28	-1	9	5	5	-9	6
29	10	0	5	5	-3	11
30	-10	-9	-8	-4	3	-6

Задача 2. Даны три вектора \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .

Найти:

а) $2\vec{a}^2 - (\vec{b}, \vec{c})$;

б) $3\vec{a}^2 - 4(\vec{a}, \vec{b}) + 5\vec{b}^2 - 6(\vec{b}, \vec{c}) - 2\vec{c}^2$.

1. $\vec{a} = (3; -2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (0; 4)$.

2. $\vec{a} = (2; -2)$, $\vec{b} = (-3; -1)$, $\vec{c} = (3; 4)$.

3. $\vec{a} = (4; 2)$, $\vec{b} = (7; -1)$, $\vec{c} = (0; -5)$.

4. $\vec{a} = (-4; -2)$, $\vec{b} = (-2; 6)$, $\vec{c} = (5; -4)$.

5. $\vec{a} = (6; -1)$, $\vec{b} = (5; 2)$, $\vec{c} = (5; 5)$.

6. $\vec{a} = (-2; -2)$, $\vec{b} = (-4; 1)$, $\vec{c} = (8; 4)$.

7. $\vec{a} = (3; 0)$, $\vec{b} = (-9; 1)$, $\vec{c} = (5; 4)$.

8. $\vec{a} = (3; 7)$, $\vec{b} = (2; -1)$, $\vec{c} = (9; -3)$.

9. $\vec{a} = (-4; 5), \vec{b} = (-1; 1), \vec{c} = (6; 2)$.
10. $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (7; -3), \vec{c} = (1; 1)$.
11. $\vec{a} = (5; 2), \vec{b} = (4; -1), \vec{c} = (1; -4)$.
12. $\vec{a} = (-5; -2), \vec{b} = (0; 7), \vec{c} = (2; 0)$.
13. $\vec{a} = (-3; -1), \vec{b} = (5; 1), \vec{c} = (7; 4)$.
14. $\vec{a} = (8; -2), \vec{b} = (5; 3), \vec{c} = (0; 5)$.
15. $\vec{a} = (0; -2), \vec{b} = (7; -1), \vec{c} = (-4; 3)$.
16. $\vec{a} = (1; -2), \vec{b} = (9; -1), \vec{c} = (3; 1)$.
17. $\vec{a} = (-2; -2), \vec{b} = (7; 2), \vec{c} = (-5; 1)$.
18. $\vec{a} = (0; -2), \vec{b} = (-9; 1), \vec{c} = (6; -4)$.
19. $\vec{a} = (-4; 2), \vec{b} = (-5; 3), \vec{c} = (8; 3)$.
20. $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (5; 1), \vec{c} = (7; 4)$.
21. $\vec{a} = (4; -5), \vec{b} = (2; 1), \vec{c} = (6; 4)$.
22. $\vec{a} = (5; -2), \vec{b} = (-4; 1), \vec{c} = (9; -2)$.
23. $\vec{a} = (7; -2), \vec{b} = (-2; -1), \vec{c} = (5; -5)$.
24. $\vec{a} = (4; -5), \vec{b} = (8; 1), \vec{c} = (3; 1)$.
25. $\vec{a} = (4; -1), \vec{b} = (-5; -8), \vec{c} = (7; 0)$.
26. $\vec{a} = (0; -2), \vec{b} = (7; -5), \vec{c} = (3; 4)$.
27. $\vec{a} = (9; -2), \vec{b} = (-5; 3), \vec{c} = (0; 8)$.
28. $\vec{a} = (3; -6), \vec{b} = (-1; 1), \vec{c} = (2; 4)$.
29. $\vec{a} = (0; -2), \vec{b} = (-7; 1), \vec{c} = (7; -5)$.
30. $\vec{a} = (3; -5), \vec{b} = (-5; 9), \vec{c} = (4; -4)$.

Задача 3. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .

1. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(1; 3; 4), B(-3; 0; 4), C(2; -1; 2);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}; |\vec{m}| = |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3.$
2. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-10; 2; 4), B(5; -1; 1), C(0; -1; 2);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3.$
3. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-1; 5; 7), B(-1; 4; -4), C(-2; 10; 6);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} + 4\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - 3\vec{n}; |\vec{m}| = 1; |\vec{n}| = 3; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/2.$
4. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-4; 2; -7), B(1; 4; 4), C(5; -9; 6);$
 б) $\vec{a} = -\vec{m} + 6\vec{n}; \vec{b} = 10\vec{m} + 3\vec{n}; |\vec{m}| = 4; |\vec{n}| = 3; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/4.$
5. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(4; 0; 7), B(1; -4; 4), C(2; -4; 1);$
 б) $\vec{a} = 6\vec{m} - 4\vec{n}; \vec{b} = 7\vec{m} - 8\vec{n}; |\vec{m}| = 3; |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/2.$
6. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-2; 4; 7), B(-5; 0; -4), C(0; 5; -8);$
 б) $\vec{a} = 5\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}; |\vec{m}| = 4; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = 3\pi/4.$
7. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(8; -2; 1), B(5; -1; -4), C(3; 0; 6);$
 б) $\vec{a} = -4\vec{m} + 2\vec{n}; \vec{b} = -\vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 5; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3.$
8. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(1; 5; -7), B(3; 4; 4), C(8; 10; -6);$

- б) $\vec{a} = \vec{m} - 5\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} + 3\vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
9. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(5; 5; -1), B(3; 4; 3), C(-8; 1; -7);$
 б) $\vec{a} = -3\vec{m} - \vec{n}; \vec{b} = 4\vec{m} + 2\vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 3; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/2$.
10. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(2; 3; 0), B(1; -4; 6), C(5; 1; -3);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 6; |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/4$.
11. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(4; 4; -2), B(1; 5; -6), C(2; 9; -4);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}; \vec{b} = -\vec{m} + 3\vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 5; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
12. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-5; 0; 7), B(-3; -4; 4), C(6; 1; 6);$
 б) $\vec{a} = -\vec{m} - 5\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 3; |\vec{n}| = 4; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3$.
13. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-1; 4; 2), B(3; -2; 4), C(5; 1; -2);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} - 4\vec{n}; \vec{b} = 3\vec{m} + 4\vec{n}; |\vec{m}| = 3; |\vec{n}| = 5; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
14. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(4; 5; -4), B(3; -1; -2), C(5; 2; -10);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} + 6\vec{n}; \vec{b} = -2\vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 7; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3$.
15. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(5; 4; -4), B(-6; 0; 2), C(3; 1; 3);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} - \vec{n}; \vec{b} = 3\vec{m} + 4\vec{n}; |\vec{m}| = 1; |\vec{n}| = 4; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
16. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-1; -3; 4), B(3; 0; -4), C(2; 1; 2);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}; \vec{b} = -\vec{m} + 2\vec{n}; |\vec{m}| = |\vec{n}| = 3; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3$.
17. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(10; 2; -4), B(-5; 1; -1), C(0; 1; 2);$
 б) $\vec{a} = 3\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = -\vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 5; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
18. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(1; 5; -7), B(1; 4; 4), C(-2; 10; -6);$
 б) $\vec{a} = -5\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = 2\vec{m} - 3\vec{n}; |\vec{m}| = 6; |\vec{n}| = 3; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/2$.
19. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(4; -2; -7), B(-1; 4; 4), C(-5; 9; 6);$
 б) $\vec{a} = -\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = 4\vec{m} + 3\vec{n}; |\vec{m}| = 2; |\vec{n}| = 5; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/6$.
20. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-4; 0; -7), B(1; 4; -4), C(-2; 4; -1);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} - 4\vec{n}; \vec{b} = 7\vec{m} - \vec{n}; |\vec{m}| = 5; |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/2$.
21. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(2; -4; 7), B(5; 0; 4), C(0; -5; 8);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} + 5\vec{n}; \vec{b} = 3\vec{m} - 2\vec{n}; |\vec{m}| = 7; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/6$.
22. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-8; 2; 1), B(-5; 1; 4), C(-3; 0; -6);$
 б) $\vec{a} = -\vec{m} + 5\vec{n}; \vec{b} = -2\vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 5; |\vec{n}| = 4; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3$.
23. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(1; -5; 7), B(-3; 4; 4), C(-8; 10; 6);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} - 5\vec{n}; \vec{b} = 4\vec{m} + 3\vec{n}; |\vec{m}| = 1; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
24. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-5; -5; 1), B(-3; 4; -3), C(8; -1; 7);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} - 4\vec{n}; \vec{b} = 5\vec{m} + \vec{n}; |\vec{m}| = 3; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/2$.
25. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-2; -3; 0), B(-1; 4; -6), C(-5; 1; 3);$
 б) $\vec{a} = -2\vec{m} + 5\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - \vec{n}; |\vec{m}| = 4; |\vec{n}| = 1; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/4$.
26. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-4; 4; 2), B(-1; -5; 6), C(-2; 9; 4);$
 б) $\vec{a} = 5\vec{m} - 2\vec{n}; \vec{b} = -\vec{m} - 3\vec{n}; |\vec{m}| = 5; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3$.
27. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-5; 0; 7), B(-3; -4; 4), C(6; 1; 6);$
 б) $\vec{a} = -\vec{m} - \vec{n}; \vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}; |\vec{m}| = 3; |\vec{n}| = 4; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3$.

28. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(1; -4; -2), B(-3; 2; -4), C(-5; -1; 2);$
 б) $\vec{a} = 2\vec{m} - 4\vec{n}; \vec{b} = \vec{m} + 4\vec{n}; |\vec{m}| = 1; |\vec{n}| = 5; \vec{m} \wedge \vec{n} = 5\pi/6.$
29. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-4; -5; -4), B(-3; 1; 2), C(-5; 2; 10);$
 б) $\vec{a} = 6\vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}; |\vec{m}| = 6; |\vec{n}| = 5; \vec{m} \wedge \vec{n} = \pi/3.$
30. а) $\vec{a} = \overline{AB}, \vec{b} = \overline{AC}, A(-5; 4; 4), B(-1; 0; -2), C(-3; -1; -3);$
 б) $\vec{a} = \vec{m} + \vec{n}; \vec{b} = -3\vec{m} + 4\vec{n}; |\vec{m}| = 1; |\vec{n}| = 2; \vec{m} \wedge \vec{n} = 2\pi/3.$

Задача 4. Векторы \vec{a} и \vec{b} заданы координатами.

Найти:

а) значение параметра α , при котором векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны;

б) вектор \vec{c} , перпендикулярный векторам \vec{a} и \vec{b} , если $\alpha = 2$ и проекция вектора \vec{c} на ось Oz равна 3.

- $\vec{a} = 4\vec{i} + 9\vec{j} - 10\vec{k}, \vec{b} = \alpha\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{k}.$
- $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \alpha\vec{k}.$
- $\vec{a} = -6\vec{i} - 10\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + \alpha\vec{k}.$
- $\vec{a} = 10\vec{i} + 9\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{b} = -6\vec{i} - 8\vec{j} + \alpha\vec{k}.$
- $\vec{a} = 3\vec{i} + 9\vec{j} + \alpha\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} - 8\vec{j} - 4\vec{k}.$
- $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + \alpha\vec{k}, \vec{b} = 10\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}.$
- $\vec{a} = -6\vec{i} + \alpha\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{b} = 8\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}.$
- $\vec{a} = -4\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{b} = \alpha\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$
- $\vec{a} = -3\vec{i} - 7\vec{j} + \alpha\vec{k}, \vec{b} = 7\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}.$
- $\vec{a} = 8\vec{i} + \alpha\vec{j} - 9\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 10\vec{j} + 5\vec{k}.$
- $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \alpha\vec{i} - 10\vec{j} + 11\vec{k}.$
- $\vec{a} = -2\vec{i} - 10\vec{j} + \alpha\vec{k}, \vec{b} = 7\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}.$
- $\vec{a} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = -4\vec{i} - 7\vec{j} + 3\vec{k}.$
- $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 4\vec{j} + 10\vec{k}, \vec{b} = 10\vec{i} - 7\vec{j} + 7\vec{k}.$
- $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{b} = 8\vec{i} + 8\vec{j} - 8\vec{k}.$
- $\vec{a} = -8\vec{i} - \vec{j} - 9\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + \alpha\vec{k}.$
- $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{b} = \alpha\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$
- $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = 8\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}.$
- $\vec{a} = 8\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + \alpha\vec{j} + 2\vec{k}.$
- $\vec{a} = \alpha\vec{i} + \vec{j} + 10\vec{k}, \vec{b} = 8\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}.$
- $\vec{a} = 10\vec{i} - 8\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{b} = \alpha\vec{i} + 3\vec{j}.$
- $\vec{a} = -3\vec{i} - 9\vec{j} + \alpha\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}.$
- $\vec{a} = -8\vec{i} + \alpha\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} - 8\vec{j} - \vec{k}.$
- $\vec{a} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{b} = -5\vec{i} + \alpha\vec{j} + 5\vec{k}.$
- $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 5\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{b} = 5\vec{i} + 9\vec{j} - \vec{k}.$
- $\vec{a} = 7\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{b} = -6\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}.$
- $\vec{a} = 7\vec{i} - 6\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + \alpha\vec{j} + 11\vec{k}.$

$$28. \vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{b} = -9\vec{i} + 2\vec{j} + \alpha\vec{k}.$$

$$29. \vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 10\vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} + \alpha\vec{j} + 3\vec{k}.$$

$$30. \vec{a} = 10\vec{i} + \alpha\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}.$$

Задача 5. На материальную точку действует три силы \vec{f}_1, \vec{f}_2 и \vec{f}_3 .

Найти:

а) работу силы \vec{f}_1 при перемещении данной материальной точки на вектор \vec{a} ;

б) работу равнодействующей сил \vec{f}_1, \vec{f}_2 и \vec{f}_3 при перемещении данной материальной точки из точки A в точку B .

$$1. \vec{f}_1 = -\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{f}_2 = -3\vec{i} + \vec{k}, \vec{f}_3 = 11\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k},$$

$$\vec{a} = 8\vec{j} - 2\vec{k}, A(-4; -9; -7), B(1; -10; 8).$$

$$2. \vec{f}_1 = 5\vec{j} - \vec{k}, \vec{f}_2 = \vec{i} + 11\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{f}_3 = 7\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k},$$

$$\vec{a} = -3\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}, A(-10; -10; -4), B(8; -7; 11).$$

$$3. \vec{f}_1 = -9\vec{i} - 5\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_2 = 3\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{f}_3 = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 7\vec{k},$$

$$\vec{a} = 11\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k}, A(4; -4; -6), B(0; -7; -1).$$

$$4. \vec{f}_1 = \vec{i} + 5\vec{j} + 11\vec{k}, \vec{f}_2 = -7\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}, \vec{f}_3 = -2\vec{i} - 5\vec{j} + 8\vec{k},$$

$$\vec{a} = -5\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}, A(1; 2; -8), B(-2; 1; 3).$$

$$5. \vec{f}_1 = -2\vec{i} - \vec{j} + 11\vec{k}, \vec{f}_2 = -6\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{f}_3 = -6\vec{i} + 10\vec{j} + 3\vec{k},$$

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, A(-9; 6; -3), B(-9; -7; -4).$$

$$6. \vec{f}_1 = 7\vec{i} - 8\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{f}_2 = 7\vec{i} - 10\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{f}_3 = -10\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k},$$

$$\vec{a} = 6\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}, A(-9; 1; 4), B(-6; -4; -5).$$

$$7. \vec{f}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{f}_2 = 9\vec{i} + 11\vec{j} + 9\vec{k}, \vec{f}_3 = -\vec{i} - \vec{j} + 10\vec{k},$$

$$\vec{a} = -10\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}, A(-5; 9; -9), B(-8; -2; 1).$$

$$8. \vec{f}_1 = 8\vec{i} - 5\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{f}_2 = -9\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = 6\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k},$$

$$\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - 9\vec{k}, A(2; -6; -9), B(-8; -4; 3).$$

$$9. \vec{f}_1 = -7\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k}, \vec{f}_2 = \vec{i} + 2\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{f}_3 = -2\vec{i} - 8\vec{j} - 2\vec{k},$$

$$\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 9\vec{k}, A(-5; 5; 10), B(-5; -4; 0).$$

$$10. \vec{f}_1 = 8\vec{i} + 4\vec{j} - 9\vec{k}, \vec{f}_2 = -4\vec{i} - 10\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{f}_3 = -7\vec{i} + 8\vec{j} + 8\vec{k},$$

$$\vec{a} = 8\vec{i} + 7\vec{k}, A(0; 2; -3), B(8; -1; 11).$$

$$11. \vec{f}_1 = 6\vec{i} - 8\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{f}_2 = -10\vec{i} + 11\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_3 = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k},$$

$$\vec{a} = 8\vec{i} + 5\vec{k}, A(3; 1; -4), B(1; -10; 0).$$

$$12. \vec{f}_1 = \vec{i} + 8\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{f}_2 = -10\vec{i} - 7\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_3 = 3\vec{i} + 10\vec{j} - 7\vec{k},$$

$$\vec{a} = 7\vec{i} - 2\vec{j} - 8\vec{k}, A(-6; -3; -9), B(-5; -1; 4).$$

$$13. \vec{f}_1 = \vec{i} - \vec{k}, \vec{f}_2 = -3\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{f}_3 = -2\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k},$$

$$\vec{a} = 9\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}, A(1; -4; -1), B(1; -10; -5).$$

$$14. \vec{f}_1 = -10\vec{i} + 6\vec{k}, \vec{f}_2 = -4\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{f}_3 = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 11\vec{k},$$

$$\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 10\vec{k}, A(11; -5; -7), B(-3; -3; 1).$$

$$15. \vec{f}_1 = 5\vec{i} - 8\vec{j} + 9\vec{k}, \vec{f}_2 = -7\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{f}_3 = -2\vec{i} - 2\vec{j} - 10\vec{k},$$

- $\vec{a} = -7\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k}$, $A(-8; -10; 3)$, $B(-7; 0; 10)$.
16. $\vec{f}_1 = -9\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -10\vec{i} - 7\vec{k}$,
 $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}$, $A(-3; -3; -5)$, $B(0; 9; 5)$.
 17. $\vec{f}_1 = -9\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 7\vec{i} + 3\vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 7\vec{j} - 8\vec{k}$,
 $\vec{a} = 4\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$, $A(6; 0; -3)$, $B(10; -3; -2)$.
 18. $\vec{f}_1 = 6\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 3\vec{i} - 10\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_3 = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$,
 $\vec{a} = 5\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$, $A(2; 6; 1)$, $B(9; 9; 11)$.
 19. $\vec{f}_1 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 5\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{f}_3 = 10\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$,
 $\vec{a} = 8\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$, $A(5; 0; -5)$, $B(11; -5; -8)$.
 20. $\vec{f}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -10\vec{i} + 11\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -3\vec{i} - 2\vec{j} - 8\vec{k}$,
 $\vec{a} = -6\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}$, $A(9; 4; 5)$, $B(-10; 3; 11)$.
 21. $\vec{f}_1 = 4\vec{i} - 5\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -8\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{f}_3 = \vec{i} - 10\vec{j} + 11\vec{k}$,
 $\vec{a} = -10\vec{i} + 8\vec{j}$, $A(11; 8; 0)$, $B(0; 4; -2)$.
 22. $\vec{f}_1 = -6\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -3\vec{i} + 11\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 6\vec{i} - 10\vec{j} + \vec{k}$,
 $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $A(2; 7; -8)$, $B(-4; -9; -2)$.
 23. $\vec{f}_1 = -7\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -9\vec{i} - 7\vec{j} + 11\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 7\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$,
 $\vec{a} = -2\vec{i} - 8\vec{j} - 3\vec{k}$, $A(4; 6; -7)$, $B(-2; -6; -6)$.
 24. $\vec{f}_1 = -9\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = 11\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -6\vec{i} - 7\vec{j} + 6\vec{k}$,
 $\vec{a} = 3\vec{i} - 9\vec{j} - 4\vec{k}$, $A(3; -8; 5)$, $B(11; 2; -7)$.
 25. $\vec{f}_1 = 7\vec{i} + 10\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 6\vec{i} - 10\vec{j} - 9\vec{k}$,
 $\vec{a} = 7\vec{i} + 11\vec{j} - 10\vec{k}$, $A(1; -3; -6)$, $B(6; -3; 4)$.
 26. $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 7\vec{i} + 11\vec{j} - 8\vec{k}$,
 $\vec{a} = 11\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$, $A(-7; -7; 7)$, $B(-8; -5; -2)$.
 27. $\vec{f}_1 = -\vec{i} + 9\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -10\vec{i} + 9\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_3 = \vec{i} - 7\vec{j} - 3\vec{k}$,
 $\vec{a} = -9\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{k}$, $A(10; -9; 8)$, $B(-7; 3; 9)$.
 28. $\vec{f}_1 = 9\vec{i} + 10\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 11\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_3 = 4\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$,
 $\vec{a} = 6\vec{i} - 9\vec{j} - 2\vec{k}$, $A(9; -7; 6)$, $B(1; 4; -6)$.
 29. $\vec{f}_1 = -3\vec{i} + 9\vec{j} + 11\vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} - 9\vec{j} + 11\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 11\vec{i} - 7\vec{j} + 7\vec{k}$,
 $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $A(-6; -8; 2)$, $B(-5; -4; 3)$.
 30. $\vec{f}_1 = -2\vec{i} + 8\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -9\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_3 = -6\vec{i} - 5\vec{j}$,
 $\vec{a} = -7\vec{i} - 7\vec{j} - 2\vec{k}$, $A(-8; 4; -7)$, $B(-9; 1; 2)$.

Задача 6. Даны векторы \vec{a} и \vec{b} .

Найти векторное произведение:

а) $[\vec{a}, \vec{b}]$;

б) $[\vec{a} + \vec{b}, 2\vec{a} - \vec{b}]$.

1. $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 7\vec{j} + 2\vec{k}$.

2. $\vec{a} = 3\vec{i} + 7\vec{j} - 9\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

3. $\vec{a} = -6\vec{i} + 5\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.

4. $\vec{a} = -4\vec{i} + 11\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 9\vec{k}$.

5. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = 2\vec{i} + 10\vec{j} + 12\vec{k}$.
6. $\vec{a} = 2\vec{i} + 10\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 5\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$.
7. $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.
8. $\vec{a} = 9\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 8\vec{k}$.
9. $\vec{a} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{b} = 10\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
10. $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{b} = -8\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$.
11. $\vec{a} = 7\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{b} = -6\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.
12. $\vec{a} = -3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$.
13. $\vec{a} = 4\vec{i} + 8\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k}$.
14. $\vec{a} = -3\vec{i} - 9\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$.
15. $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{b} = 10\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$.
16. $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$.
17. $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = -4\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k}$.
18. $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$.
19. $\vec{a} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = 8\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$.
20. $\vec{a} = -8\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{b} = -6\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$.
21. $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}, \vec{b} = 5\vec{i} + 9\vec{j} + 10\vec{k}$.
22. $\vec{a} = 11\vec{i} - 8\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.
23. $\vec{a} = -\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$.
24. $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{b} = 5\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$.
25. $\vec{a} = 3\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - 8\vec{j} - 4\vec{k}$.
26. $\vec{a} = 8\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$.
27. $\vec{a} = 5\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{k}, \vec{b} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$.
28. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = -3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$.
29. $\vec{a} = 7\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}, \vec{b} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$.
30. $\vec{a} = -3\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Задача 7. Даны вершины треугольника ABC .

Найти:

- а) площадь треугольника ABC ;
 - б) высоту, проведенную из вершины B .
1. $A(-5; 4; 2), B(-2; 6; 8), C(-2; 4; 6)$.
 2. $A(4; -4; 3), B(4; -4; 6), C(8; -3; -1)$.
 3. $A(8; 2; -5), B(5; 1; -2), C(7; -1; 2)$.
 4. $A(1; 1; 5), B(3; 7; 6), C(5; 3; 6)$.
 5. $A(1; 5; -6), B(-1; 2; 1), C(1; 1; 5)$.
 6. $A(5; -3; 8), B(-8; 8; 1), C(7; -6; -1)$.
 7. $A(1; 5; 5), B(1; -3; 6), C(-3; 7; -5)$.
 8. $A(8; 2; 3), B(9; 7; -5), C(7; -5; 7)$.
 9. $A(2; 5; -3), B(6; 8; -3), C(6; 8; -6)$.

10. $A(-6; 1; -1)$, $B(2; 2; -6)$, $C(6; -2; 2)$.
11. $A(5; 4; -2)$, $B(3; 7; 7)$, $C(-4; 3; -6)$.
12. $A(4; -5; 4)$, $B(5; -1; 5)$, $C(-1; -5; 9)$.
13. $A(8; -5; 0)$, $B(-5; -1; 9)$, $C(7; 2; 3)$.
14. $A(-3; 2; -5)$, $B(1; 3; -1)$, $C(-4; 8; 2)$.
15. $A(0; -1; 6)$, $B(1; 3; -3)$, $C(2; 6; 7)$.
16. $A(8; -3; -1)$, $B(1; 2; 3)$, $C(-4; 1; -3)$.
17. $A(-3; 9; -7)$, $B(6; 9; 6)$, $C(5; 0; 3)$.
18. $A(5; -6; 9)$, $B(-2; 4; 1)$, $C(-1; 5; -5)$.
19. $A(4; 5; 6)$, $B(-6; 3; -8)$, $C(5; 3; -1)$.
20. $A(-6; -3; 3)$, $B(4; 6; 9)$, $C(6; 2; 3)$.
21. $A(-2; 1; 1)$, $B(5; 5; 8)$, $C(-1; 4; -3)$.
22. $A(-7; -3; 3)$, $B(2; -8; 2)$, $C(7; -3; 5)$.
23. $A(5; -6; 6)$, $B(-7; 3; 0)$, $C(4; -4; 4)$.
24. $A(-7; 0; 4)$, $B(7; 5; -6)$, $C(9; 9; 2)$.
25. $A(-2; 1; -1)$, $B(8; 3; 7)$, $C(4; 8; 4)$.
26. $A(8; -2; 4)$, $B(7; -5; -1)$, $C(-5; 2; 8)$.
27. $A(-2; 8; -4)$, $B(7; -7; 5)$, $C(3; 1; 7)$.
28. $A(-7; 2; 7)$, $B(-1; 6; -7)$, $C(5; 4; -8)$.
29. $A(4; 5; 4)$, $B(6; -6; 1)$, $C(0; -4; -7)$.
30. $A(-7; 8; 1)$, $B(8; 0; -4)$, $C(-1; -5; 6)$.

Задача 8. К точке A приложены силы \vec{f}_1 , \vec{f}_2 и \vec{f}_3 .

а) Найти момент равнодействующей этих сил относительно точки B .

б) Сравнить модули моментов равнодействующей этих сил относительно точек B и C .

1. $\vec{f}_1 = \vec{i} - 2\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_3 = 5\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$,
 $A(-1; 6; 3)$, $B(-1; 4; 6)$, $C(1; 2; 5)$.
2. $\vec{f}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{f}_3 = -5\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$,
 $A(-2; -6; -3)$, $B(1; 1; 0)$, $C(5; 2; 6)$.
3. $\vec{f}_1 = 4\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{f}_2 = \vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}$,
 $A(-1; 4; -1)$, $B(11; -4; 0)$, $C(-3; -2; 7)$.
4. $\vec{f}_1 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{f}_2 = -\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -5\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$,
 $A(9; -2; 3)$, $B(-5; -4; -2)$, $C(-7; 2; -1)$.
5. $\vec{f}_1 = 10\vec{i} - 6\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$,
 $A(-8; 2; 4)$, $B(7; -5; -3)$, $C(-1; -2; 0)$.
6. $\vec{f}_1 = -10\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 5\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_3 = -5\vec{j} + 4\vec{k}$,
 $A(2; -8; -4)$, $B(-7; -7; 5)$, $C(3; 0; 4)$.
7. $\vec{f}_1 = -4\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{f}_3 = -2\vec{i} - 10\vec{j} + 2\vec{k}$,

- $A(-4; 5; -4), B(6; 1; 6), C(1; -4; 7).$
 8. $\vec{f}_1 = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{f}_2 = -9\vec{i} - 3\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{f}_3 = 2\vec{i} - 2\vec{k},$
 $A(7; -8; -1), B(-8; 10; -4), C(1; -5; 6).$
 9. $\vec{f}_1 = 4\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}, \vec{f}_2 = -4\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}, \vec{f}_3 = -5\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k},$
 $A(-1; -6; -3), B(1; 4; -6), C(1; -2; -5).$
 10. $\vec{f}_1 = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{f}_2 = 5\vec{i} + 4\vec{j}, \vec{f}_3 = -6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k},$
 $A(2; -6; 3), B(1; -1; 10), C(-5; -2; 6).$
 11. $\vec{f}_1 = -3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_2 = 2\vec{i} + 9\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_3 = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k},$
 $A(-1; -6; 3), B(-1; 4; -6), C(10; 2; -5).$
 12. $\vec{f}_1 = 5\vec{i} - \vec{j}, \vec{f}_2 = -4\vec{i} + 2\vec{j} - 9\vec{k}, \vec{f}_3 = -4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k},$
 $A(9; 2; 3), B(-5; -4; 2), C(5; -4; 1).$
 13. $\vec{f}_1 = 5\vec{i} - 9\vec{j} + \vec{k}, \vec{f}_2 = -8\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 9\vec{k},$
 $A(0; 2; -4), B(-7; 5; -3), C(-1; -2; 9).$
 14. $\vec{f}_1 = 12\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{f}_2 = -9\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = 2\vec{j} + 7\vec{k},$
 $A(-2; -8; 6), B(7; -7; -5), C(-3; 1; -4).$
 15. $\vec{f}_1 = -5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}, \vec{f}_2 = 3\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{f}_3 = \vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k},$
 $A(0; -5; 4), B(-6; -1; -6), C(-1; 0; -2).$
 16. $\vec{f}_1 = -9\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{f}_3 = 11\vec{i} - 2\vec{k},$
 $A(-7; -8; 10), B(8; 4; 4), C(1; 5; 10).$
 17. $\vec{f}_1 = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{f}_2 = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 8\vec{k}, \vec{f}_3 = 5\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k},$
 $A(-1; 6; -3), B(1; -4; -6), C(1; 8; -5).$
 18. $\vec{f}_1 = 9\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{f}_2 = -6\vec{i} - 4\vec{j}, \vec{f}_3 = -5\vec{i} + 11\vec{j} + 2\vec{k},$
 $A(-2; 6; -3), B(1; 1; 10), C(5; -2; 9).$
 19. $\vec{f}_1 = 3\vec{i} - 9\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{f}_2 = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = -4\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k},$
 $A(1; 6; -3), B(-1; -4; 6), C(1; -2; 5).$
 20. $\vec{f}_1 = \vec{i} - 10\vec{j}, \vec{f}_2 = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_3 = 8\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k},$
 $A(-1; 2; 3), B(-5; -1; 2), C(-6; -2; -1).$
 21. $\vec{f}_1 = 5\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_2 = -9\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = 2\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k},$
 $A(8; -2; 4), B(-7; -5; -3), C(-1; 2; 9).$
 22. $\vec{f}_1 = 6\vec{i} - 9\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{f}_2 = -9\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = 5\vec{j} - 9\vec{k},$
 $A(2; 9; 4), B(7; 10; 5), C(-3; 2; -4).$
 23. $\vec{f}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}, \vec{f}_2 = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{f}_3 = -2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$
 $A(4; -5; 0), B(6; -1; -6), C(1; 2; -7).$
 24. $\vec{f}_1 = 8\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}, \vec{f}_2 = -3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{f}_3 = -3\vec{i} + 2\vec{k},$
 $A(-7; -8; 4), B(3; 0; 4), C(-1; 5; 6).$
 25. $\vec{f}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}, \vec{f}_2 = 2\vec{i} - 9\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{f}_3 = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k},$
 $A(-1; 6; 3), B(-1; 4; 6), C(1; 2; 5).$
 26. $\vec{f}_1 = 6\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{f}_2 = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{f}_3 = -\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k},$
 $A(-9; 2; -3), B(5; -4; 2), C(-5; -2; 1).$

27. $\vec{f}_1 = 11\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{f}_2 = 10\vec{i} - \vec{j} + 12\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 4\vec{i} - 9\vec{j} + \vec{k}$,
 $A(8; -2; 4)$, $B(-7; -5; -3)$, $C(-1; 2; 9)$.
28. $\vec{f}_1 = 10\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -9\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 5\vec{j} - 2\vec{k}$,
 $A(-2; 8; -4)$, $B(-7; 7; 5)$, $C(3; 2; 4)$.
29. $\vec{f}_1 = -2\vec{i} + 8\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{f}_2 = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$,
 $A(4; 5; 4)$, $B(-6; -1; 6)$, $C(1; 0; -7)$.
30. $\vec{f}_1 = -8\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{f}_2 = -3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{f}_3 = 11\vec{i} + 2\vec{k}$,
 $A(-7; 8; 1)$, $B(8; 0; -4)$, $C(-1; -5; -6)$.

Задача 9.

а) Проверить, компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .

б) Даны точки A , B , C и D , проверить, лежат ли эти точки в одной плоскости.

1. а) $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 9\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$;
 б) $A(-5; 4; 2)$, $B(-2; 6; 8)$, $C(-2; 4; 6)$, $D(1; -1; 5)$.
2. а) $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$;
 б) $A(4; -4; -3)$, $B(4; -4; 6)$, $C(8; -3; -1)$, $D(-9; -8; -1)$.
3. а) $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$;
 б) $A(8; 2; -5)$, $B(5; 1; -2)$, $C(7; -1; 2)$, $D(-5; 3; -4)$.
4. а) $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 1,5\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$;
 б) $A(1; 1; 5)$, $B(3; 7; 6)$, $C(5; 3; 6)$, $D(-18; -2; 1)$.
5. а) $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$;
 б) $A(1; 5; -6)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(1; 1; 5)$, $D(3; -4; 20)$.
6. а) $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$;
 б) $A(5; -3; -8)$, $B(-8; -8; -1)$, $C(-7; -6; -1)$,
 $D(3; -2; -6)$.
7. а) $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = 11\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$;
 б) $A(1; 5; -5)$, $B(-1; -3; -6)$, $C(-3; 7; -5)$, $D(-9; -8; -7)$.
8. а) $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -4\vec{k}$;
 б) $A(8; 2; 3)$, $B(9; 7; -5)$, $C(7; -5; 7)$, $D(5; -8; 3)$.
9. а) $\vec{a} = 4\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$;
 б) $A(1; -5; -5)$, $B(8; 7; -6)$, $C(4; 1; -5)$, $D(-5; -1; 3)$.
10. а) $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 8\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = 6\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$;
 б) $A(-6; 1; -1)$, $B(2; 2; -6)$, $C(6; -2; 2)$, $D(3; 1; -4)$.
11. а) $\vec{a} = 7\vec{i} - 6\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$;
 б) $A(5; 4; -2)$, $B(3; 7; 7)$, $C(-4; 3; -6)$, $D(-2; 5; -1)$.
12. а) $\vec{a} = 5\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$;
 б) $A(4; -5; 4)$, $B(5; -1; -5)$, $C(-1; -5; 9)$, $D(-2; 3; -6)$.
13. а) $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{k}$;
 б) $A(8; -5; 0)$, $B(-5; -1; 9)$, $C(-7; -2; -3)$, $D(14; -7; -5)$.

14. а) $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = -7\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{c} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k};$
 б) $A(-3; 9; -5), B(-6; 5; -1), C(-7; -8; 2),$
 $D(-5; -3; -1).$
15. а) $\vec{a} = -4\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k};$
 б) $A(0; -1; -6), B(1; 20; -3), C(2; 6; 7), D(2; -4; 9).$
16. а) $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 7\vec{k}, \vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 2\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k};$
 б) $A(4; -3; -1), B(1; 2; 7), C(-4; -1; -3), D(-2; 3; 5).$
17. а) $\vec{a} = 9\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{b} = -5\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 7\vec{j} + 4\vec{k};$
 б) $A(-3; 9; -7), B(-6; 9; -6), C(5; 0; -3), D(4; -5; 1).$
18. а) $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 9\vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{c} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k};$
 б) $A(5; -6; 9), B(-2; 4; 1), C(-1; 5; -5), D(1; 4; -8).$
19. а) $\vec{a} = \vec{i} - 7\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{b} = -4\vec{i} - 3\vec{j} - 7\vec{k}, \vec{c} = -5\vec{i} - 27\vec{j} + 10\vec{k};$
 б) $A(4; 7; -6), B(-6; 1; -8), C(3; -4; -1),$
 $D(-1; -2; -4).$
20. а) $\vec{a} = -\vec{i} - \vec{j} + 9\vec{k}, \vec{b} = 7\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k}, \vec{c} = 9\vec{i} + 7\vec{j} - 13\vec{k};$
 б) $A(-5; -3; 5), B(-3; -6; 8), C(-3; 0; 2), D(1; -5; 7).$
21. а) $\vec{a} = -10\vec{i} - 6\vec{j} - 10\vec{k}, \vec{b} = 10\vec{i} + \vec{j} + 8\vec{k}, \vec{c} = -3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k};$
 б) $A(-2; -1; 1), B(5; 6; -8), C(-1; 4; -3), D(2; -6; 2).$
22. а) $\vec{a} = 2\vec{i} + 9\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{b} = -8\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}, \vec{c} = -3\vec{i} - \vec{k};$
 б) $A(-7; -3; 3), B(3; -8; 2), C(-12; -5; 6), D(4; 2; -4).$
23. а) $\vec{a} = 10\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = -3\vec{i} + 11\vec{j} + 7\vec{k}, \vec{c} = 23\vec{i} - 13\vec{j} - \vec{k};$
 б) $A(-5; -6; 9), B(-7; 3; 0), C(4; -4; 7), D(-3; 1; 2).$
24. а) $\vec{a} = 7\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{k}, \vec{c} = -9\vec{i} + 13\vec{j} - \vec{k};$
 б) $A(-7; -1; -20), B(7; 5; -6), C(9; 6; 2), D(2; 3; -5).$
25. а) $\vec{a} = -6\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - 9\vec{j} + 9\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k};$
 б) $A(-3; 7; -1), B(14; -3; -7), C(4; 8; -1), D(5; 4; -3).$
26. а) $\vec{a} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{b} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k};$
 б) $A(8; -2; 5), B(9; -5; -1), C(-5; 2; 8), D(-7; 1; 5).$
27. а) $\vec{a} = -2\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k};$
 б) $A(-2; 8; -4), B(7; -7; 5), C(3; 1; 7), D(2; 3; 8).$
28. а) $\vec{a} = \vec{i} - 7\vec{j} - 8\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{c} = -2\vec{i} - \vec{j} - 11\vec{k};$
 б) $A(-7; 2; 9), B(-1; -6; -7), C(5; -4; -8), D(2; 3; 4).$
29. а) $\vec{a} = -2\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k}, \vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k};$
 б) $A(3; 5; 4), B(9; -6; -1), C(0; -4; -7), D(-5; 9; 1).$
30. а) $\vec{a} = \vec{i} - 7\vec{j} - 8\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{c} = -2\vec{i} - \vec{j} - 11\vec{k};$
 б) $A(-7; 8; 1), B(8; 0; -4), C(-1; -5; -6), D(2; 9; 1).$

Задача 10. Даны вершины пирамиды $ABCD$.

Найти:

а) объем пирамиды $ABCD$;

б) высоту, опущенную из вершины A .

1. $A(-1; 0; 2)$, $B(3; 4; 0)$, $C(-1; -2; 3)$, $D(6; 3; 1)$.
2. $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$.
3. $A(-2; 0; 4)$, $B(-1; 7; 1)$, $C(4; -8; -4)$, $D(1; -4; 6)$.
4. $A(1; -1; 6)$, $B(4; 5; -2)$, $C(-1; 3; 0)$, $D(6; 1; 5)$.
5. $A(1; -2; 8)$, $B(0; 0; 4)$, $C(6; 2; 0)$, $D(1; 5; -3)$.
6. $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 3; 8)$.
7. $A(3; 4; -1)$, $B(0; 5; -2)$, $C(-1; 4; 3)$, $D(3; 0; 2)$.
8. $A(3; 3; -2)$, $B(0; -3; 4)$, $C(0; -3; 0)$, $D(0; 2; -4)$.
9. $A(0; -3; 2)$, $B(1; 1; 4)$, $C(-2; -2; 2)$, $D(3; -1; 1)$.
10. $A(2; 0; 2)$, $B(-1; 2; 3)$, $C(1; 5; 4)$, $D(4; -3; 1)$.
11. $A(3; 1; 2)$, $B(4; 6; 5)$, $C(-1; -3; -2)$, $D(-1; 2; 2)$.
12. $A(-3; 1; 4)$, $B(1; -2; 4)$, $C(4; 4; 1)$, $D(-3; -1; 4)$.
13. $A(-5; 2; 9)$, $B(0; 0; 2)$, $C(1; 6; 5)$, $D(1; 7; 9)$.
14. $A(3; 0; -2)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(-3; -2; 2)$, $D(-2; 1; -1)$.
15. $A(-2; 0; 2)$, $B(1; 3; 2)$, $C(5; 4; 1)$, $D(-4; 3; -1)$.
16. $A(-2; 1; 0)$, $B(5; 5; 5)$, $C(-4; 3; 0)$, $D(-2; 2; 1)$.
17. $A(2; 0; -2)$, $B(-3; -3; -3)$, $C(1; 1; 1)$, $D(0; 8; 5)$.
18. $A(4; 2; 6)$, $B(1; 1; 0)$, $C(2; 0; 1)$, $D(2; 6; 1)$.
19. $A(-6; 0; 1)$, $B(1; 5; -2)$, $C(2; 7; 1)$, $D(0; 0; 1)$.
20. $A(1; -2; 6)$, $B(4; 1; 1)$, $C(0; 2; 1)$, $D(2; -1; 1)$.
21. $A(5; 2; 1)$, $B(-2; 7; 3)$, $C(-1; 3; 9)$, $D(1; 0; 2)$.
22. $A(2; 2; 2)$, $B(0; 4; 0)$, $C(-3; -1; 5)$, $D(-1; 5; 6)$.
23. $A(-1; 6; 2)$, $B(8; 4; 4)$, $C(5; 4; 0)$, $D(2; 1; 0)$.
24. $A(3; -1; 1)$, $B(0; -2; 3)$, $C(-2; -1; 0)$, $D(3; -9; 2)$.
25. $A(9; 3; -4)$, $B(-3; 1; 2)$, $C(7; 2; 3)$, $D(-1; 0; 7)$.
26. $A(-1; 5; -2)$, $B(1; -1; 2)$, $C(1; -8; 3)$, $D(4; -3; 2)$.
27. $A(-2; 0; -8)$, $B(7; 0; 3)$, $C(1; 2; 4)$, $D(-1; -2; 0)$.
28. $A(-7; -2; 1)$, $B(3; -1; 4)$, $C(3; 5; 1)$, $D(4; -1; 7)$.
29. $A(-1; 2; -1)$, $B(0; 0; 7)$, $C(1; 4; -1)$, $D(4; 1; 7)$.
30. $A(-2; 1; -1)$, $B(2; 6; 8)$, $C(2; -2; 0)$, $D(2; 2; -3)$.