

## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Вычислить ранг матрицы двумя способами

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -2 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -8 & -6 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 & 43 \\ 3 & 2 & -1 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 4 & 0 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 4 & 8 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 2 & 7 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 6 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$6) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 2 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & -2 & 4 & 6 & 8 \\ 5 & 1 & -3 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & -3 & 8 & -1 & -4 \end{pmatrix};$$

$$8) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 0 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 3 & 9 & 4 \end{pmatrix};$$

$$9) \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 4 & -3 & 7 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

$$10) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & -1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$11) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 6 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -7 & -8 & -5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$12) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & -1 & -2 & -3 & -5 \\ 3 & 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & -2 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix};$$

$$13) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -2 & 7 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 8 & -2 & 10 & 2 \end{pmatrix};$$

$$14) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$15) \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 3 & 3 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 2 & 6 & 0 & 6 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & -6 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 4 & -3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & -6 & 4 & -2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$16) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 4 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & -4 & -4 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & -1 & 5 \end{pmatrix};$$

$$17) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 3 & 0 & 5 & 1 \\ 3 & 3 & 6 & 6 & -3 & 6 & 0 \\ 2 & 5 & 4 & 1 & 4 & 7 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & -2 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$18) \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 5 & 4 & 4 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 5 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$19) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 & 4 & 1 & 7 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 6 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & -1 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 4 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & -1 & 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix};$$

$$20) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & 5 & 0 & -5 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

$$21) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 8 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$22) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 & 5 & 4 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & -1 & 5 & 0 \\ 8 & 0 & -8 & 0 & -8 & 8 & 0 \\ 4 & 1 & -2 & 1 & -3 & 5 & 0 \end{pmatrix};$$

$$23) \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & -3 & 7 & 8 & 4 & 8 \\ 5 & 0 & -5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$24) \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -4 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$25) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 7 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 4 & 9 & 1 \end{pmatrix};$$

$$26) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 6 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 10 & 7 \\ 0 & 3 & 2 & -1 & -4 & -1 \end{pmatrix};$$

$$27) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & -2 & 5 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 7 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$28) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 1 & 4 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 7 & 7 & 10 & 6 & 6 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad 29) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 8 & 8 & -6 & 10 \\ 3 & 3 & 12 & 12 & -9 & 15 \\ 4 & -1 & 11 & 16 & -12 & 15 \\ 1 & 3 & 6 & 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}; \quad 30) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 4 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 & 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Исследовать системы на совместность. Решить системы уравнений, если они совместны:

$$1) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 8x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_2 + x_3 - 7x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 7x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 9x_4 = 10 \\ 7x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 5 \\ x_1 - 8x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases} \quad 9) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases} \quad 11) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11 \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37 \end{cases} \quad 14) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = -8 \end{cases} \quad 15) \begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = -4 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 13 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases} \quad 17) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 = -1 \\ 7x_1 - 4x_2 - 2x_3 - 15x_4 = -32 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 = -8 \end{cases} \quad 18) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases} \quad 20) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases} \quad 21) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \end{cases} \quad 23) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = -5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \end{cases} \quad 24) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ 4x_1 + 7x_2 - 11x_3 + 7x_4 = 21 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -4 \\ 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -4 \end{cases} \quad 26) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 7x_3 - 6x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases} \quad 27) \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - 5x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 - 6x_3 - x_4 = -3 \\ 2x_1 + 11x_2 - 8x_3 + 4x_4 = -4 \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = -2 \end{cases} \quad 29) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 = -4 \end{cases} \quad 30) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 4x_4 = 7 \end{cases}$$

3. Решить системы (найти общее решение и фундаментальную систему решений):

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 - x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x_1 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - x_3 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_4 = 0 \end{cases} \\
 4) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases} \\
 7) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 - 2x_5 = 0 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} \quad 9) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_3 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = 0 \end{cases} \\
 10) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ -3x_2 - x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \quad 11) \begin{cases} -x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 0 \end{cases} \\
 13) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 14) \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 15) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \\
 16) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \quad 17) \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 18) \begin{cases} x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 0 \end{cases} \\
 19) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad 20) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad 21) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \\
 22) \begin{cases} 3x_1 + x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 23) \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 24) \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \\
 25) \begin{cases} 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 26) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 0 \end{cases} \quad 27) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \\
 28) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad 29) \begin{cases} 2x_1 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 0 \end{cases} \quad 30) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 0 \end{cases}
 \end{array}$$

4. Установить, что системы имеют единственное решение. Решить системы двумя способами: с помощью правила Крамера и методом Гаусса.

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_3 = 7 \\ 8x_1 + 4x_2 + x_3 = 3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -10 \\ 3x_1 + x_3 = 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
4) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \\
7) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 9x_3 = 28 \\ 7x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1 \\ 7x_1 + 9x_2 - 9x_3 = 5 \end{cases} \quad 9) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 8 \end{cases} \\
10) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases} \quad 11) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \\
13) \begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ 9x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} \quad 14) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 7x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -2 \end{cases} \quad 15) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 = 13 \end{cases} \\
16) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_3 = 3 \end{cases} \quad 17) \begin{cases} x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 6 \end{cases} \quad 18) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ -2x_1 + 3x_2 + 11x_3 = -8 \\ x_2 + x_3 = -2 \end{cases} \\
19) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases} \quad 20) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 8x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ -4x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -7 \end{cases} \quad 21) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 2x_1 - 5x_2 - 8x_3 = -1 \end{cases} \\
22) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 = -1 \end{cases} \quad 23) \begin{cases} 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 10 \\ 4x_2 + 5x_3 = 6 \\ x_1 - 4x_2 - 8x_3 = -5 \end{cases} \quad 24) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases} \\
25) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -5 \end{cases} \quad 26) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \quad 27) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = -5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7 \end{cases} \\
28) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ x_2 + 2x_3 = -2 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \quad 29) \begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ x_1 + x_3 = 4 \end{cases} \quad 30) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 2 \end{cases}
\end{array}$$

5. Исследовать систему, заданную расширенной матрицей. Найти общее решение в зависимости от параметра  $k$ .

$$1-15 \left( \begin{array}{ccc|c} k & k+i & 3 & -2 \\ 0 & k+i & 1 & -3 \\ 2k & k+i & k+3 & 0 \end{array} \right), \text{ где } i - \text{ номер варианта;}$$

$$16-30 \left( \begin{array}{ccc|c} 5 & k-i & k-3 & -1 \\ 2 & k-i & -2 & -4 \\ k+9 & k-i & -7 & 5 \end{array} \right), \text{ где } i - \text{ номер варианта.}$$

6. Найти невырожденные матрицы  $P$  и  $T$ , такие, что имеет место равенство:  $A=PBT$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & n+1 & m+2 \\ 3 & 0 & 9-n & 8-m \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} n-4 & n+2 & 1 & 3 \\ m-3 & n+4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , где  $\overline{nm}$  – номер варианта (например: если вариант 23, то  $n=2$ ,  $m=3$ , если номер варианта меньше 10, то  $n=0$ ).

7. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} n+1 & m-1 \\ m-1 & n+1 \end{pmatrix}$ . Найти все матрицы перестановочные с матрицей  $A$ , где  $\overline{nm}$  – номер варианта (например: если вариант 23, то  $n=2, m=3$ , если номер варианта меньше 10, то  $n=0$ ).
8. Решить матричное уравнение. Найденную матрицу  $X$  представить в виде произведения элементарных матриц:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad A_6 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- |                              |                              |                                 |                                 |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 1) $XA_1 = A_2$ ;            | 2) $XA_2 = A_1$ ;            | 3) $A_1^{-1}X = A_2^{-1}$ ;     | 4) $A_3X = A_4$ ;               |
| 5) $A_4X = A_3^{-1}$ ;       | 6) $XA_4^{-1} = A_3^{-1}$ ;  | 7) $XA_3^{-1} = A_4^{-1}$ ;     | 8) $A_2X = A_3$ ;               |
| 9) $XA_4 = A_2$ ;            | 10) $A_2^{-1}X = A_5^{-1}$ ; | 11) $A_3X = A_6$ ;              | 12) $XA_2 = A_6$ ;              |
| 13) $XA_2^{-1} = A_6^{-1}$ ; | 14) $A_4X = A_5$ ;           | 15) $A_1^{-1}XA_2^{-1} = A_4$ ; | 16) $A_3^{-1}XA_4^{-1} = A_6$ ; |
| 17) $A_1X = A_6$ ;           | 18) $XA_3 = A_5$ ;           | 19) $A_2X = A_6$ ;              | 20) $A_3X = A_1$ ;              |
| 21) $A_4^{-1}X = A_1^{-1}$ ; | 22) $A_2^{-1}X = A_1^{-1}$ ; | 23) $XA_3 = A_4$ ;              | 24) $A_3^{-1}X = A_5$ ;         |
| 25) $A_3X = A_5$ ;           | 26) $XA_5 = A_1$ ;           | 27) $A_4X = A_6$ ;              | 28) $A_5^{-1}X = A_4^{-1}$ ;    |
| 29) $XA_6 = A_5$ ;           | 30) $A_5X = A_6$ .           |                                 |                                 |