Наглядно-иллюстративные материалы

по теме «Сложение и умножение матриц; Единичная матрица»

Сложение и умножение матриц; Единичная матрица

Разработано в рамках проекта развития

Найти сумму матриц

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Найти сумму матриц

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix} 3+1 & 5+2 & 7+4 \\ 2+2 & -1+3 & 0-2 \\ 4-1 & 3+0 & 2+1 \end{pmatrix}$$

Найти сумму матриц

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix} 3+1 & 5+2 & 7+4 \\ 2+2 & -1+3 & 0-2 \\ 4-1 & 3+0 & 2+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Умножить матрицу A на B

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Первый элемент берется таким образом:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A*B=\begin{pmatrix} 3*1+5*2+7*(-1) & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Далее второй:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^*B=\begin{pmatrix} 6 \\ 2*1+(-1)*2+0*(-1) \\ \end{pmatrix}$$

Далее третий:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A*B=\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4*1+3*2+2*(-1) \end{pmatrix}$$

Четвертый элемент:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A*B=\begin{pmatrix}6 & 3*2+5*3+7*0 & \\ 0 & & \\ 8 & & \end{pmatrix}$$

Пятый элемент:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^*B = \begin{pmatrix} 6 & 21 & \\ 0 & 2 * 2 + (-1) * 3 + 0 * 0 & \\ 8 & & \end{pmatrix}$$

Шестой элемент:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^*B=\begin{pmatrix}6 & 21 & \\ 0 & 1 & \\ 8 & 4*2+3*3+2*0 & \end{pmatrix}$$

Седьмой элемент:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A*B = \begin{pmatrix} 6 & 21 & 3*4+5*(-2)+7*1 \\ 0 & 1 & \\ 8 & 17 & \end{pmatrix}$$

Восьмой элемент:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A*B=\begin{pmatrix}6 & 21 & 9\\ 0 & 1 & 2*4+(-1)*(-2)+0*1\\ 8 & 17 & \end{pmatrix}$$

Девятый элемент:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ {\color{red}4} & {\color{red}3} & {\color{red}2}\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & {\color{blue}4}\\ 2 & 3 & {\color{blue}-2}\\ -1 & 0 & {\color{blue}1}\end{pmatrix}$$

$$A*B=\begin{pmatrix}6 & 21 & 9\\ 0 & 1 & 10\\ 8 & 17 & {\color{red}4}*{\color{blue}4}+{\color{red}3}*{\color{blue}(-2)}+{\color{red}2}*{\color{blue}1}\end{pmatrix}$$

И окончательно, ответ:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \text{ и } B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A*B=\begin{pmatrix}6 & 21 & 9\\ 0 & 1 & 10\\ 8 & 17 & 12\end{pmatrix}$$

Единичная матрица - это такая матрица, по диагонали которой стоят единички, а во всех остальных ячейках - нули.

Единичная матрица - это такая матрица, по диагонали которой стоят единички, а во всех остальных ячейках - нули.

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} \; E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \; E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 \end{pmatrix}$$

Свойства (связанные с единичной матрицей)
Произведение любой матрицы и единичной матрицы подходящего размера равно самой матрице:
$AE = EA = A$

Свойства (связанные с единичной матрицей)

Произведение любой матрицы и единичной матрицы подходящего размера равно самой матрице:

$AE = EA = A$

Квадратная матрица в нулевой степени дает единичную матрицу того же размера:

$A^0 = E$

Свойства (связанные с единичной матрицей)

Произведение любой матрицы и единичной матрицы подходящего размера равно самой матрице:

$AE = EA = A$

Квадратная матрица в нулевой степени дает единичную матрицу того же размера:

$A^0 = E$

При умножении матрицы на обратную ей тоже получается единичная матрица

$AA^{-1} = E$

Свойства (связанные с единичной матрицей)

Произведение любой матрицы и единичной матрицы подходящего размера равно самой матрице:

$AE = EA = A$

Квадратная матрица в нулевой степени дает единичную матрицу того же размера:

$A^0 = E$

При умножении матрицы на обратную ей тоже получается единичная матрица

$AA^{-1} = E$

Единичная матрица получается при умножении ортогональной матрицы на ей транспонированную:

$AA^T = E$

Свойства (связанные с единичной матрицей)

Произведение любой матрицы и единичной матрицы подходящего размера равно самой матрице:

$AE = EA = A$

Квадратная матрица в нулевой степени дает единичную матрицу того же размера:

$A^0 = E$

При умножении матрицы на обратную ей тоже получается единичная матрица

$AA^{-1} = E$

Единичная матрица получается при умножении ортогональной матрицы на ей транспонированную:

$AA^T = E$

Определитель единичной матрицы равен единице:

$detE = 1$