

Занятие 8. Простейшие задачи на плоскости.

Уравнение линии на плоскости $F(x, y) = 0$. **Расстояние между двумя точками** $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. **Площадь треугольника** ABC с вершинами в точках $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$:

$$S = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix} = \pm \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}. \quad \text{Координаты точки } M, \text{ делящий}$$

отрезок M_1M_2 , где $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$ в данном отношении

$$\lambda = \frac{|M_1M|}{|MM_2|}: \quad x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}; \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}. \quad \text{Координаты середины отрезка } (\lambda = 1):$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \quad \text{Полярные координаты: } \quad x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi;$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \sin \varphi = \frac{y}{r}, \quad \cos \varphi = \frac{x}{r}.$$

Задачи.

1. Составить уравнение множества точек, сумма квадратов расстояний которых от точек $A(2;0)$ и $B(0;2)$ равна квадрату расстояния между точками A и B .
2. Составить уравнение множества точек, равноудаленных от точек $A(1;1)$ и $B(3;3)$.
3. Даны точки $A(-2,5), B(4,17)$. Расстояние от точки C до точки A в два раза больше, чем до точки B . Найти координаты точки C .
4. Точка $C(2,3)$ служит серединой отрезка AB . Найти координаты точки A , если $B(7;5)$.
5. Найти площадь треугольника, заданного вершинами $A(-2;-4), B(2;8), C(10;2)$.
6. Найти полярные координаты точек $M(1;-\sqrt{3}), N(2\sqrt{3};2)$.
7. Найти прямоугольные координаты точек $M(2\sqrt{2};3\pi/4), N(2;-\pi/4)$.
8. Построить в полярных координатах линию $r = a \cos \varphi$ ($a > 0$).

Дополнительные задачи.

1. Даны две вершины треугольника $A(3;8), B(10;2)$ и точка пересечения медиан $M(14,0)$. Найти третью вершину треугольника и его площадь.
2. Найти расстояние между точками $M(3;\pi/4), N(4;3\pi/4)$
3. Показать, что треугольник с вершинами $A(-3,-3), B(-1,3), C(11,-1)$ прямоугольный.
4. Построить в полярных координатах линию $r = a(1 - \sin \varphi)$ ($a > 0$).

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.І, пар.1.

1. Составить уравнение множества точек, сумма квадратов расстояний которых от точек $A(1;0)$ и $B(0;1)$ равна 2.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(1;-3)$, $B(4;3)$, разделен на три равные части. Найти координаты точек деления.
3. Даны три вершины параллелограмма $A(11;4)$, $B(-1;-1)$, $C(5;7)$, найти четвертую вершину.
4. Построить в полярных координатах линию $r = a \sin \varphi$ ($a > 0$).
5. Найти полярные координаты точек $M(1;1)$, $N(\sqrt{3};-1)$.
6. Найти прямоугольные координаты точки $M(2\sqrt{2};\pi/4)$.
7. Найти площадь параллелограмма с вершинами $A(-2, 3)$, $B(4,-5)$, $C(-3,1)$.