

## Занятие 12. Плоскость в пространстве.

**Уравнения плоскости:** проходящей через точку  $M(x_0, y_0, z_0)$  перпендикулярно вектору нормали  $\vec{N}=(A, B, C)$ :  $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ ; общее

$Ax + By + Cz + D = 0$ ,  $\vec{N}=(A, B, C)$  - вектор нормали; в отрезках  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ; проходящей через три данные точки  $M(x_1, y_1, z_1), M(x_2, y_2, z_2), M(x_3, y_3, z_3)$ :

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0. \text{ Угол между плоскостями } A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0: \cos \alpha = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{|\vec{N}_1| \cdot |\vec{N}_2|} = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$

**Условие параллельности плоскостей**  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ . **Условие**

**перпендикулярности плоскостей**  $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ . **Расстояние от**

**точки**  $M(x_0, y_0, z_0)$  **до плоскости**  $Ax + By + Cz + D = 0$ :  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

### Задачи.

1. Построить плоскости: а)  $2x - 4y - 8 = 0$ ; б)  $6y + 18 = 0$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2;3;5)$  перпендикулярно вектору  $\vec{N} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ .
3. Определить расстояние от точки  $M_0(3;5;-8)$  до плоскости  $6x - 3y + 2z - 28 = 0$ .
4. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки  $M(4;-2;1), N(2;4;-3)$ .
5. Записать уравнение в отрезках для плоскости  $x + 2y - 3z - 6 = 0$ .
6. Найти угол между плоскостями  $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$  и  $x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0$ .
7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3;-2;-7)$  параллельно плоскости  $2x - 3z + 5 = 0$ .
8. Найти расстояние от точки  $M(-3;2;-1)$  до плоскости, проходящей через точки  $A(1;0;2), B(1;2;-1), C(-2;-1;6)$ .

### Дополнительные задачи.

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку пересечения плоскостей  $2x + 2y + z - 7 = 0$ ,  $2x - y + 3z - 3 = 0$ ,  $4x + 5y - 2z - 12 = 0$  и через точки  $M(0;3;0), N(1;1;1)$ .

2. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(0;-1;3)$  перпендикулярно к плоскостям  $x + y - 2z + 5 = 0$ ;  $2x - y + 3z - 1 = 0$ .

3. На оси  $Oy$  найти точку, отстоящую от плоскости  $x + 2y - 2z - 2 = 0$  на расстоянии  $d = 4$ .

**Задачи для самостоятельной работы.** Данко, ч.1. Гл.Ш, пар.1, п.1.

1. Построить плоскости  $2x - 3y - 4z + 12 = 0$ ;  $4y - 3x - 2z + 24 = 0$ .

2. Вычислить расстояние от точки  $P(-1;1;-2)$  до плоскости, проходящей через точки  $A(1;-1;1)$ ,  $B(-2;1;3)$ ,  $C(4;-5;-2)$ .

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(2;-1;4)$ , если она отсекает на оси  $Oz$  отрезок вдвое больше, чем на осях  $Ox$  и  $Oy$ .

4. Даны координаты вершин тетраэдра  $A(3;4;5)$ ,  $B(-2;6;1)$ ,  $C(-3;-4;0)$ ,  $D(5;-2;-1)$ . Составить уравнения его граней.

5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки  $M(2;-1;5)$  и  $P(4;2;1)$  перпендикулярно к плоскости  $2x - y + 3z - 5 = 0$ .

6. Найти угол между плоскостями  $6x + 3y - 2z = 0$  и  $x + 2y + 6z - 12 = 0$ .