

Занятие 14. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.

Условие параллельности прямой $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$ **и плоскости**

$Ax + By + Cz + D = 0$: $Am + Bn + Cp = 0$. **Условие перпендикулярности прямой и**

плоскости: $\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$. **Угол между прямой и плоскостью:**

$$\sin \alpha = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

Задачи.

1. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$ и плоскости $2x + 3y + z - 1 = 0$ и угол между ними.

2. Доказать, что прямая $x = -2 + 3t$, $y = 1 - 4t$, $z = -5 + 4t$ параллельна плоскости $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; -3; -5)$ перпендикулярно к плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; -2; 1)$ перпендикулярно к прямой $\begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0, \\ x + y - z + 2 = 0. \end{cases}$

6. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?

7. При каких значениях A и B плоскость $Ax + By + 3z - 5 = 0$ перпендикулярна к прямой $x = 3 + 2t$, $y = 5 - 3t$, $z = -2 - 2t$?

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \vec{BC} и параметрические уравнения медианы BD , если $A(-3; 1; 0)$, $B(6; 3; 3)$, $C(9; 4; -2)$.

Дополнительные задачи.

1. Найдите угол между плоскостями $x - 2y + 2z + 3 = 0$; $x + z - 5 = 0$.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 3)$ параллельно плоскости $2x + 3y - 4z + 5 = 0$.

3. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку

$A(2; -4; -1)$ и середину отрезка прямой $\begin{cases} 3x + 4y + 5z - 26 = 0, \\ 3x - 3y - 2z - 5 = 0, \end{cases}$ заключенного

между плоскостями $5x + 3y - 4z + 11 = 0$, $5x + 3y - 4z - 41 = 0$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.Ш, пар.1, п.2.

1. Найти точку пересечения прямой $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$ и плоскости $x+2y-2z+6=0$ и угол между ними.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;-1;-1)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}$.
3. При каком значении C прямая $\begin{cases} 3x-2y+z+3=0, \\ 4x-3y+4z+1=0 \end{cases}$ параллельна плоскости $2x-y+Cz-2=0$?
4. При каких значениях l и C прямая $\frac{x-2}{l} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна к плоскости $3x-2y+Cz+1=0$?
5. Найти синус угла между плоскостью $2x+y+2z+6=0$ и прямой $x=3$, $y=5-3t$, $z=-2-4t$.