

Занятие 16. Нахождение пределов. Первый замечательный предел.

$\frac{0}{0}$. **а).** Многочлены в рациональной дроби разложить на множители и сократить на множитель, дающий нуль. **б).** Разность квадратных корней умножить и разделить на их сумму, а разность кубических корней – на неполный квадрат суммы или сделать замену. **в).** **Первый замечательный предел** $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$; $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha} = 1$; $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\arcsin \alpha}{\alpha} = 1$; $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \alpha}{\alpha} = 1$.

Задачи.

Найти пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2-1}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$. 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2}$. 4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{3 - \sqrt{x+4}}$. 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$. 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x/2)}{x}$. 8. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\operatorname{arctg}(2x-1)}{4x^2-1}$. 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{x^2}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$. 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sqrt{1+x} - 1}$. 12. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$.

Дополнительные задачи.

Найти пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$. 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sqrt{1-3x^2} - 1}$. 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[4]{1+2x} - 1}$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл. VI, пар.4.

Найти пределы.

1. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$. 2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$. 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x^2}$. 4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$. 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 5x}$. 7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^2 + 2x}$. 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 4x}{x^2}$. 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$.