Занятие 13. Прямая в пространстве.

Уравнения прямой: как линии пересечения двух плоскостей: $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0; \end{cases}$ проходящей через точку $M(x_0, y_0, z_0)$ параллельно вектору $\vec{P} = (m, n, p)$: $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n} = \dfrac{z - z_0}{p}$ - канонические уравнения прямой; параметрические: $\begin{cases} x = mt + x_0, \\ y = nt + y_0, \\ z = pt + z_0; \end{cases}$ проходящей через две данные точки $M(x_1, y_1, z_1)$, $M(x_2, y_2, z_2)$: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{z - z_1}{z_2 - z_1}$. **Угол между прямыми:** $\cos\alpha = \dfrac{\vec{P_1} \cdot \vec{P_2}}{\left|\vec{P_1}\right| \cdot \left|\vec{P_2}\right|} = = \dfrac{m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2}\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$. **Условие параллельности прямых:** $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{p_1}{p_2}$. **Условие перпендикулярности прямых:** $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$. **Расстояние** от точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ до прямой $\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n} = \dfrac{z - z_0}{p}$: $d = \dfrac{\left|S_{par}\right|}{\left|\vec{P}\right|} = \dfrac{\left|\overrightarrow{M_0M_1} \times \vec{P}\right|}{\left|\vec{P}\right|}$.

Задачи.

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(5;3;4)$ параллельно вектору $\vec{P} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 8\vec{k}$.

2. Привести к каноническому виду уравнение прямой $\begin{cases} 2x + 3y - 16z - 7 = 0, \\ 3x + y - 17z = 0. \end{cases}$

3. Найти параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M(2;-5;1), N(-1;1;2)$.

4. Найти угол между прямыми $\begin{cases} 2x - 3y - 4z + 5 = 0, \\ x - 2y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$ и $\dfrac{x - 5}{2} = \dfrac{y + 3}{1} = \dfrac{z - 2}{4}$.

5. Найти точку пересечения прямой $\dfrac{x + 3}{0} = \dfrac{y - 2}{-3} = \dfrac{z + 5}{11}$ и плоскости $5x + 7y + 9z - 32 = 0$ и угол между ними.

6. Найти расстояние от точки $M(-1;1;2)$ до прямой $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y + 3}{1} = \dfrac{z + 2}{-2}$.

7. Даны вершины треугольника $A(5;7;4)$, $B(3;2;-1)$, $C(1;4;-3)$. Найдите канонические уравнения медианы AD.

Дополнительные задачи.

1. Доказать, что прямые $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$, $\begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0, \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$ перпендикулярны.

2. Показать, что прямые $\frac{x+3}{5} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1}$ и $\begin{cases} 2x - 3y + z - 5 = 0, \\ x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ параллельны.

3. Составить уравнения прямой, которая проходит через точку $M(-1;2;-3)$ перпендикулярно к вектору $\vec{a} = (6;-2;-3)$ и пересекает прямую $x = 1 + 3t$, $y = -1 + 2t$, $z = 3 - 5t$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.III, пар.1, п.2.

1. Даны точки $A(-1;2;3)$ и $B(2;-3;1)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;-1;2)$ параллельно вектору $\vec{AB}$.

2. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;-1;-3)$ параллельно:

а). вектору $\vec{a} = (2;-3;4)$; б). прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-1}{0}$; в). прямой $\begin{cases} x = 3t - 1, \\ y = -2t + 3, \\ z = 5t + 2. \end{cases}$

3. Найти угол между прямыми $\begin{cases} 4x - y - z + 12 = 0, \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x - 2y + 16 = 0, \\ 3x - z = 0. \end{cases}$

4. Доказать, что прямая $\begin{cases} x = 3t - 2, \\ y = -4t + 1, \\ z = 4t - 5 \end{cases}$ параллельна плоскости $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.

5. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $N(5;-1;-3)$ и параллельно прямой $\begin{cases} 2x + 3y + z - 6 = 0, \\ 4x - 5y - z + 2 = 0. \end{cases}$