

Занятие 21. Производная сложной функции.

Задачи.

Найти производные сложных функций.

1. $y = \ln(1 + \operatorname{tg} x)$. 2. $y = \lg(\sin x + e^x)$. 3. $y = \operatorname{arctg}^3 \frac{1}{x}$. 4. $y = \operatorname{tg} \frac{1}{\cos^2 x}$. 5. $y = x^2 2^{x^2}$.

6. $y = x \arcsin 5x$. 7. $y = e^{\sqrt{x}} \cdot \arcsin e^x$. 8. $y = \frac{x}{3} \cdot \sqrt[3]{\ln 3x}$. 9. $y = \frac{\cos 4 \cdot \ln^3(x^2 - 2)}{\sqrt{x}}$.

10. $y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$. 11. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. 12. $y = \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x}$. 13. $y = \ln \frac{\lg x}{\ln x}$. 14. $y = e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}$.

15. $y = \sin x \cdot e^x \cdot \cos^3 x$. 16. $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}$. 17. $y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$.

18. $y = 2 \ln(2x - 3\sqrt{1 - 4x^2}) - 6 \arcsin 2x$. 19. $y = \frac{xe^x \operatorname{arctg} x}{\ln^5 x}$. 20. $y = \arccos \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$.

Дополнительные задачи.

1. Найти производные сложных функций.

1). $y = \frac{1}{m\sqrt{ab}} \operatorname{arctg}\left(e^{mx} \sqrt{\frac{a}{b}}\right)$. 2). $y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{\sqrt[5]{x^2+4}}}$. 3). $y = \frac{(1-x^2)e^{3x-1} \cos x}{\arccos^3 x}$.

4). $y = \frac{\sin x}{4 \cos^4 x} + \frac{3 \sin x}{8 \cos^2 x} + \frac{3}{8} \ln \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}}$.

2. Убедиться, что функция $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$ удовлетворяет соотношению $(1-x^2)y' - xy = 1$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл. VII, пар.1, п.1.

Найти производные сложных функций.

1. $y = \lg(1 + \operatorname{ctg} x)$. 2. $y = \ln(\cos x + 2^x)$. 3. $y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x^2}$. 4. $y = \operatorname{ctg} \frac{1}{\sin^2 x}$.

5. $y = x \arccos 7x$. 6. $y = x^3 3^{x^3}$. 7. $y = 2^{\sqrt{x}} \cdot \arccos e^x$. 8. $y = \frac{x}{4} \cdot \sqrt[4]{\ln 4x}$. 9. $y = \frac{2 \sin x}{\sqrt{\sin 2x}}$.

10. $y = \frac{\sin 3 \cdot \ln^2(x^2 + 4)}{2\sqrt{x}}$. 11. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$. 12. $y = \frac{\ln \cos x}{\ln \sin x}$. 13. $y = \lg \frac{\ln x}{\lg x}$.

14. $y = e^{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}}$. 15. $y = \cos x \cdot e^x \cdot \sin^2 x$. 16. $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{tg} x} + \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x}$. 17. $y = \frac{x^2 e^x \operatorname{arctg} x}{\ln^3 x}$.

$$18. y = \sqrt{x^2 - 1} - \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}\right) + e^{2x}. \quad 19. y = 3\ln(3x - 4\sqrt{1 - 4x^2}) + 8\arccos 3x.$$

$$20. y = \arcsin \frac{x^{2n} + 1}{x^{2n} - 1}.$$