

## Математика. Экзаменационные вопросы. 1 семестр.

1. Определение матрицы. Линейные операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на число. Умножение матриц. Некоммутативность умножения матриц. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Определение обратной матрицы. Вид обратной матрицы (с доказательством).
2. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителя на примерах и с доказательствами.
3. Определения алгебраической системы уравнений и ее решения. Совместность системы. Отыскание решений линейной системы с помощью правила Крамера (с доказательством).
4. Определение вектора, модуль вектора, коллинеарные векторы, компланарные векторы. Координаты вектора. Линейные операции над векторами: сложение и вычитание векторов, правило параллелограмма, правило замыкания для суммы нескольких векторов; умножение вектора на число. Определения и координатные формы.
5. Базис системы векторов. Разложение вектора по прямоугольному базису (с доказательством).
6. Нелинейные операции над векторами: скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатные формы (выводы) и применения произведения (угол между векторами и работа). Условие ортогональности векторов.
7. Нелинейные операции над векторами: векторное произведение векторов, его основное свойство, координатные формы (выводы) и применения произведения (площади параллелограмма и треугольника, момент силы).
8. Нелинейные операции над векторами: смешанное произведение векторов, его основное свойство, координатные формы (выводы) и применения произведения (объемы параллелепипеда и тетраэдра, условие компланарности трех векторов). Критерий компланарности векторов.
9. Уравнения прямой на плоскости: проходящей через заданную точку перпендикулярно заданному вектору и общее (вывод), с угловым коэффициентом (вывод).
10. Угол между прямыми, заданными общими уравнениями и уравнениями с угловым коэффициентом (с выводом). Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
11. Расстояние от точки до прямой на плоскости (вывод).
12. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
13. Уравнения прямой в пространстве: канонические (направляющий вектор прямой), параметрические, проходящей через две точки. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности.
14. Расстояние от точки до прямой в пространстве (вывод).
15. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
16. Каноническое уравнение эллипса (определение, фокусы, фокальные радиусы, расстояние между фокусами; вывод, большая и малая полуоси, эксцентриситет, окружность как частный случай).
17. Канонические уравнения гиперболы и параболы. Гипербола (определение, фокусы, фокальные радиусы, расстояние между фокусами; формула, действительная и мнимая полуоси, эксцентриситет, сопряженная гипербола). Парабола (определение, фокус, директриса, вывод, эксцентриситет, четыре основных уравнения параболы).
18. Определение функции, ее область определения, множество значений, однозначность функции. Способы задания: аналитический, графический, табличный. Классификация функций: алгебраические (рациональные, дробно-рациональные, иррациональные) и трансцендентные функции, основные элементарные функции, элементарные функции.

19. Некоторые свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, обратная функция. Обратные тригонометрические и гиперболические функции.
20. Предел функции: определения в точке и в бесконечности. Геометрические смыслы пределов функции в точке и в бесконечности. Свойства пределов (без доказательства): связь предела и бесконечно малой функции; единственность предела; ограниченность функции, имеющей предел; арифметические действия над пределами;
21. Предельный переход в неравенствах (2 теоремы).
22. Вывод первого замечательного предела.
23. Односторонние пределы, необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке (без доказательства). Первое определение непрерывной функции. Непрерывность через односторонние пределы Второе определение непрерывности функции. Арифметические действия над непрерывными функциями Формулировка теоремы о непрерывности основных элементарных функций.
24. Точки разрыва функции, их классификация: определение разрывной функции, разрывы 1 (скачок, устранимый) и 2 родов. Кусочно-непрерывная функция. Достижение непрерывной функцией своих наибольшего и наименьшего значений на отрезке (сформулировать 2 теорему Вейерштрасса).
25. Приращение функции, определение производной, геометрическая и физическая интерпретации. Производная как функция аргумента  $x$ .
26. Правила дифференцирования: производные суммы, разности, произведения и частного двух функций (вывод). Производные тригонометрических и логарифмической функций.
27. Производная обратной функции. Производные показательной и обратных тригонометрических функций. Производная сложной функции, логарифмическая производная. Производная степенной функции  $x^\alpha$ ,  $\alpha \in R$ .
28. Определение дифференцируемой функции. Связь между дифференцируемостью и существованием производных (с доказательством).
29. Определение дифференцируемой функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью (с доказательством).
30. Дифференциал функции одной переменной, его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Физический и геометрический смысл второй производной.
31. Теорема Ферма (с доказательством), геометрический смысл, не выполнение ее условий на отрезке.
32. Теорема Ролля (с доказательством), геометрический и физический смыслы. Существенность условий теоремы Ролля.
33. Теорема Лагранжа (с доказательством), геометрический и физический смыслы. Формула Лагранжа.
34. Формула Маклорена для функции одной переменной. Разложение функции  $e^x$  по формуле Маклорена.
35. Возрастание и убывание функции на промежутке. Достаточный признак монотонности (с доказательством).
36. Экстремумы. Локальный и глобальный экстремумы. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции одной переменной. Выпуклость графика функции, точки перегиба (определения). Необходимое и достаточные условия существования точки перегиба. Асимптоты графика функции: вертикальные, наклонные (показать выделение целой части функции), горизонтальные.