

ВАРИАНТ № 1.

Найти первую производную от функций:

1. $y = x^2 \sqrt{1 - x^2}$.

2. $y = \frac{4 \sin x}{\cos^2 x}$.

3. $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$.

4. $y = \ln^2(\sqrt{1 + x^2} - 2x)$.

5. $x - y^2 x + \operatorname{arccctg} \frac{x}{y} = x^2 y$.

6. $y = (x^2 - 1)^{\frac{1}{x-2}}$.

7. $y = 2^{4x-x^2} \sin 6x$.

8. $\begin{cases} x = t^3 + \sqrt{8t} \\ y = t^5 + \sqrt{2t} \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{x^n - a^n}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = (x - 3)\sqrt{x}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = x^2(x - 12)^2$.

12. Найти точки перегиба функции $y = \frac{1}{x + 3}$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$, на отрезке $[-1; 5]$.

14. Построить графики функций:

а). $y = \frac{8x}{(x - 2)^2}$,

б). $y = \ln(4x^2 - 16)$,

в). $y = \frac{e^x}{x}$.

15. По определению найти производную функции $y = \sqrt{1 + x^2}$.

ВАРИАНТ № 2.

Найти первую производную от функций.

$$1. y = \frac{3 + 6x}{\sqrt{3 - 4x + 5x^2}}.$$

$$2. y = \sin x - x \cos^2 x.$$

$$3. y = x^m \ln(2x - \sqrt{x}).$$

$$4. y = \arccos \frac{x}{\sqrt{1-x}}.$$

$$5. y = (\sin x)^{-\operatorname{tg} x}.$$

$$6. \frac{y^2}{x} = \arcsin xy + \ln \frac{x}{y}.$$

$$7. y = e^{-1/3x} \cdot \sin 2 \cdot \cos^3 4x.$$

$$8. \begin{cases} x = \sin^2 \frac{t}{2} \\ y = t^2 - \sin \sqrt{t} \end{cases}.$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}.$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности } y = \frac{x}{3} - \sqrt[3]{x}.$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = x - \operatorname{arctg} x.$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = x^2 \ln x.$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значение функции } y = \left(\frac{\sqrt{3}x}{2} - \sin x \right), \text{ на отрезке } [0; \pi/2].$$

14. Построить графики функций:

$$\text{а). } y = \frac{4x}{4 + x^2},$$

$$\text{б). } y = 2^{x^2 - 2x},$$

$$\text{в). } y = xe^{-x}.$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = \frac{3}{2x - 5}.$$

ВАРИАНТ № 3.

Найти первую производную от функций

1. $y = \frac{x\sqrt{x-1}}{1-x}$.

2. $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)/2$.

3. $y = x \arcsin \sqrt{x}$.

4. $y = \ln(\sqrt{1+x^2} + 2)$.

5. $y = e^{4x} \sin 5x$.

6. $y^2 \sin x^2 + x \cos y^2 = 1$.

7. $y = (\sin x)^{5e^x}$.

8. $\begin{cases} x = \operatorname{tg} 2t \\ y = 3 \cos 2t \sin 2t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/\cos x - \cos x}{x^2}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = xe^{-x}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \sqrt[3]{x^2} + x$.

12. Найти точки перегиба функции $y = x^3 \ln x + 1$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = (3 - 2x^2)/(x - 4)$ на отрезке $[-1; 3]$.

14. Построить графики функций:

а). $y = x^2(x - 2)^2$,

б). $y = \frac{4x}{4 - x^2}$,

в). $y = (x - 1)e^{3x+1}$.

15. По определению найти производную функции $y = 2x - \frac{3}{x}$.

ВАРИАНТ № 4.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{\sqrt[3]{x}}{(4+x^2)^5}.$$

$$2. y = \ln \sin 1/2 - 1/24 \frac{\sin^2 12x}{\cos 24x}.$$

$$3. y = \sin^3(\sqrt{x}+1) \cos \sqrt{x}.$$

$$4. y = 3^{\sin 3x} + 2^{\cos 2x}.$$

$$5. y = \operatorname{arctg}(2\operatorname{tg} \sqrt{x}).$$

$$6. 2y^2 \ln(xy) = \sqrt{y^2 + x}.$$

$$7. y = \frac{x^{x+1}}{e^{x^2}}.$$

$$8. \begin{cases} x = e^{2t} \\ y = \sqrt{\cos t/2} \end{cases}.$$

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x)^x$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = (x-2)(x+1)(x-3)$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = 1/(1+x^2)$.

12. Найти точки перегиба функции $y = \ln(1+x^2)$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \sqrt{x(10-x)}$.

14. Построить графики функций:

$$а). y = \frac{2x^2}{3(x-2)},$$

$$б). y = \ln(x^2 - 4).$$

$$в). y = x^3 - 3x^2 + 4.$$

15. По определению найти производную функции $y = \frac{3}{\sqrt{2x+5}}$.

ВАРИАНТ № 5.

Найти первую производную от функций

1. $y = \frac{x^2 + 5}{2x - 3}$.

2. $y = \frac{\sin(\cos 3) \cos^2 2x}{4 \sin 4x}$.

3. $y = x \arccos 1/x$.

4. $y = \ln \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$.

5. $y = e^{3x} \cos^2 4x$.

6. $x^{2/3} + y^{2/3} = \sqrt[3]{(xy)^2}$.

7. $y = x^{x^2}$.

8. $\begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 1}{5x^5 + x + 2}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = 1/(2x - x^2)$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = (1 - x^{2/3})^{3/2}$.

12. Найти точки перегиба $y = xe^{2x} + 1$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 + 4x$ на отрезке $[-2; 2]$.

14. Построить графики функций:

а). $y = 2 - 3x^2 - x^3$;

б). $y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 + x - 6}$;

в). $y = e^{x-x^2}$.

15. По определению найти производную функции $y = \frac{1}{(x-1)^2}$.

ВАРИАНТ № 6.

Найти первую производную от функции

$$1. y = \frac{x\sqrt{x-1}}{1-x}$$

$$2. y = \frac{x(\cos \ln x + \sin \ln x)}{2}$$

$$3. y = \frac{\operatorname{ctgx} + x}{1 - x \operatorname{ctgx}}$$

$$4. y = \arcsin \sqrt{1-3x}$$

$$5. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x} + \ln \operatorname{tg}^2 2x$$

$$6. y \sin^2 x = \sqrt{\cos(x-y)}$$

$$7. y = (\sin^2 x)^{\ln^2 x}$$

$$8. \begin{cases} x = 2t - t^3 \\ y = 2t^2 + \cos t^2 \end{cases}$$

$$9. \text{ Вычислите предел, применяя правило Лопиталья } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\operatorname{tg} x}$$

$$10. \text{ Найти промежутки монотонности функции } y = x - \operatorname{arctg} 2x$$

$$11. \text{ Исследовать на экстремум функцию } y = \frac{2x^2 - 1}{x^4}$$

$$12. \text{ Найти точки перегиба функции } y = (x+1)^2(x-1)$$

$$13. \text{ Найти наибольшее и наименьшее значение функции } y = \frac{x}{1+x^2}$$

14. Построить графики функций:

$$\text{а) } y = 1/x + 4x^2;$$

$$\text{б) } y = \frac{2(x-1)^2}{x^2};$$

$$\text{в) } y = x3^{x^2-4}$$

$$15. \text{ По определению найти производную функции } y = \frac{5}{3-2x}$$

ВАРИАНТ № 7.

Найти первую производную от функций

1. $y = \frac{2x-1}{3x^2+4}$.

2. $y = 3 \frac{\sin x}{\cos^2 x} + 2 \frac{\sin x}{\cos^4 x}$.

3. $y = \arccos \frac{1-x}{\sqrt{2}}$.

4. $y = 3 \cos^2 \ln^2 x$.

5. $y = 5^{\ln(1+x)}$.

6. $\operatorname{arctg}^2 \frac{y}{x} = \log_2 \sqrt{x^2 + y^2}$.

7. $y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}$.

8. $\begin{cases} x = \sin^2 2t^2 \\ y = \cos^2 2t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - x^2 + 1}{2x^3 + x + 3}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = 1 + 2x^2 - \frac{x^4}{4}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = (x^2 + 4x + 5)^2$.

12. Найти точки перегиба функции $y = \sqrt[3]{(x-2)^5} + 3$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x - \sin x\right)$ на отрезке $[0; \pi/2]$.

14. Построить графики функций:

а) $y = 2x^3 - 3x^2 - 4$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$.

в) $y = \ln(x^2 - 4)$.

15. По определению найти производную функции $y = x^2 + x^3$.

ВАРИАНТ № 8.

Найти первую производную от функций

1. $y = 5\sqrt{x^2 + x + 1/x}$.

2. $y = \ln \operatorname{ctg}^2 2x$.

3. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

4. $y = (\cos^2 x)^{-x}$.

5. $\ln^2 y = \arcsin \frac{x^2 + y}{xy}$.

6. $y = e^{2^{3x}}$.

7. $y = \cos^2(\sqrt{x} + x) \cdot \sin 2$.

8. $\begin{cases} x = t - \ln \sin t \\ y = t + \ln \cos t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = 2 - \sqrt[3]{(1-x)^2}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x}{4x^2 - 3x + 4}$.

12. Найти точки перегиба $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 2$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = 3 - 2x^2 + 2x - \sqrt{x}$ на отрезке $[1;3]$.

14. Построить графики функций:

а) $y = \frac{4x^3}{3(x^2 + 1)}$;

б) $y = \frac{2x}{\sqrt{x-1}}$.

в) $y = 1/(e^x - 1)$.

15. По определению найти производную функции $y = \sqrt{3-5x}$.

ВАРИАНТ № 9.

Найти первую производную от функций

1. $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x^3}$.

2. $y = \frac{\sin 3x}{\cos 3x + \sqrt{\cos 3x}}$.

3. $y = x/a \arcsin x/a$.

4. $y = \ln^3(\sin^2 3x)$.

5. $y = \ln \frac{e^x}{1+e^{2x}}$.

6. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$.

7. $y = x^{-x} \cdot 2^x \cdot x^2$.

8. $\begin{cases} x = a \cos^3 2t \\ y = a \sin^3 \frac{t}{2} \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = \frac{2x^2 - 1}{x^4}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = x - \operatorname{arctg} 2x$.

12. Найти точки перегиба функции $y = x^7 + 7x + 1$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ на отрезке $[1;4]$.

14. Построить графики функции:

а) $y = (x-1)^2(x-3)^2$.

б) $y = \frac{x^3}{1-x^2}$.

в) $y = x \ln x$.

15. По определению найти производную функции $y = \frac{4}{(2-3x)^2}$.

ВАРИАНТ № 10.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{x}{\sqrt{1+x+x^2}}.$$

$$2. y = \sin^3(\sqrt{x}+1) \cdot \cos \sqrt{x}.$$

$$3. y = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{a}}.$$

$$4. y = \ln\left(\frac{\cos x}{x}\right).$$

$$5. y = e^{e^x}.$$

$$6. x^y - y^x = 0.$$

$$7. y = (\sqrt[3]{x})^{1/\ln x}.$$

$$8. \begin{cases} x = \frac{a}{\sin t} \\ y = \frac{a}{\cos t} \end{cases}.$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} \frac{x}{3}.$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = \frac{x}{\ln x}.$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = 1 + 2x^2 - \frac{x^4}{4}.$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = xe^{-x^2/2}.$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = x^3 - 12x + 7 \text{ на отрезке } [0;3].$$

14. Построить графики функций:

$$а) y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$$

$$б) y = \frac{x^3 + 3x^2}{4} - 5.$$

$$в) y = \ln(x^2 + 1).$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = \frac{5}{(x+2)^3}.$$

ВАРИАНТ № 11.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

$$2. y = \frac{\sin^2 x}{2 + 3\cos^2 x}.$$

$$3. y = 3^{\operatorname{arctg} x^3}.$$

$$4. y = (\arcsin x)^{\ln^2 x^2}.$$

$$5. y = xe^x(\sin x - \cos x).$$

$$6. y = \sqrt{x} \ln \sqrt{x} - \sqrt{1-x}.$$

$$7. (e^x - 1)(e^y - xy) - \sqrt{xy} = 0.$$

$$8. \begin{cases} x = 3 \cos \sqrt{t} \\ y = 4 \sin^2 t \end{cases}.$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = xe^{-x}.$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = 4x - \operatorname{tg} x \text{ на интервале } (-\pi/2; \pi/2).$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = \ln(1 - x^2).$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = 1 + 2x^2 - \frac{x^4}{4} \text{ на отрезке } [-3; 3].$$

14. Построить графики функций:

$$а) y = \frac{x^2}{x^3 - 1}.$$

$$б) y = x^2 \ln x.$$

$$в) y = (x - 2)e^{x-3}.$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = (2x - 1)^3.$$

ВАРИАНТ № 12.

Найти первую производную функций

$$1. y = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

$$2. y = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}.$$

$$3. y = \operatorname{arctg} \frac{\ln^2 x}{3}.$$

$$4. y = \frac{1}{2a} \ln^2 \frac{x-a}{x+a}.$$

$$5. y = \frac{x^x}{e^x} (x \ln x - x - 1).$$

$$6. \ln(y - x^2) + 2\sqrt{y - x^2} - 3 = 0.$$

$$7. y = (\arccos^2 x)^{\arcsin x}$$

$$8. \begin{cases} x = \frac{1}{t+1} \\ y = \left(\frac{t}{t+1}\right)^2 \end{cases}.$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = e^x \cos x \text{ на отрезке } [0; \pi/2].$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = \frac{x^3}{x^2 + 48}.$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = x + \sqrt{x} \text{ на отрезке } [0; 4].$$

14. Построить графики функций:

$$\text{а) } y = 16x^2(x-1)^2.$$

$$\text{б) } y = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}.$$

$$\text{в) } y = (1-x)e^x.$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = \sin x^2.$$

ВАРИАНТ № 13.

Найти первую производную от функций

1. $y = x\sqrt{a^2 - x^2}$.

2. $y = \cos \ln 2 - \frac{\cos^2 3x}{3 \sin 6x}$.

3. $y = e^x \operatorname{arctg} e^x - \ln \sqrt{1 + e^{2x}}$.

4. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$.

5. $y = 3 \sin(x2^x - 3^x)$.

6. $x^3 + \ln y - x^2 e^{xy} = 0$.

7. $y = (\operatorname{tg} 3x)^{\ln(\operatorname{tg} x/4)}$.

8. $\begin{cases} x = 2^{-3t} \\ y = 2^{3t^2 - 2t} \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x - 1/x)$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = x(1 + \sqrt{x})$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$.

12. Найти точки перегиба функции $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x}$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{x-1}{x+1}$ на отрезке $[0;4]$.

14. Построить графики функций:

а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$.

б) $y = \frac{10x + 10}{x^2 - 2x + 1}$.

в) $y = \ln(4x^2 - 16)$.

15. По определению найти производную функции $y = (2x - 1)^3$.

ВАРИАНТ № 14.

Найти первую производную от функций

1. $y = \sqrt[3]{ax^2 + bx + c}$.

2. $y = x^2 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \sin \frac{x}{2}$.

3. $y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1-x^8}$.

4. $y = x\sqrt{x}(3\ln x - 2)$.

5. $y = \sin^3(xe^x - e^x)$.

6. $\frac{y}{x} + e^x - \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 0$.

7. $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$.

8. $\begin{cases} x = \operatorname{tg}^2 t \\ y = \sin 2t + 2 \cos 2t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = x - 2 \sin x$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{1}{1+x^2}$.

12. Найти точки перегиба функции $y = x^4 + 24x^2 - 8x^3$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \operatorname{arctg} \frac{1-x}{1+x}$ на отрезке $[0; 1]$.

14. Построить графики функции:

а) $y = 2 - 12x^2 - 8x^3$.

б) $y = \frac{2x^3 + 3}{x^2}$.

в) $y = e^{3x-x^2}$.

15. По определению найти производную функции $y = \frac{-3}{4x+3}$.

ВАРИАНТ № 15.

Найти первую производную от функций

1. $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}$.

2. $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2(\sin x) + \ln(\cos(\sin x))$.

3. $y = \arcsin \sqrt{1 - 0,2x^2}$.

4. $y = \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}$.

5. $y = (x - e^{2x}) / (x + e^{2x})$.

6. $t \ln^2 x - x \ln^2 t = 1$.

7. $y = (x^2)^{\operatorname{arctg} x}$.

8. $\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \operatorname{tg} 2x(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = \frac{2x}{\ln x}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = (x+1)^{2/3} + (x-1)^{2/3}$.

12. Найти точки перегиба функции $y = x^3/3 - x$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{10x+10}{x^2+2x+2}$ на отрезке $[-1;2]$.

14. Построить графики функции:

а) $y = (6x^2 - x^3 - 16)/8$.

б) $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$.

в) $y = x^2 e^{-x}$.

15. По определению найти производную функции $y = \sqrt{2x^2 - x}$.

ВАРИАНТ № 16.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}}.$$

$$2. y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1-\sqrt{1-x^2}}.$$

$$3. y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x \cdot \sin x + \ln(\cos x).$$

$$4. y = \frac{\sin 3x}{\cos x + \sqrt{\cos 3x}}.$$

$$5. y = \frac{2^{\sin 2x}}{\cos 2x}.$$

$$6. y = x^{x^x}.$$

$$7. x^3 y + y^3 \sqrt{x} - 3a \frac{x}{y} = 0.$$

$$8. \begin{cases} x = \frac{a}{\sin t} \\ y = \frac{a}{\cos t} \end{cases}.$$

$$9. \text{ Вычислить предел, применяя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}.$$

$$10. \text{ Найти промежутки монотонности функции } y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}.$$

$$11. \text{ Исследовать на экстремум функцию } y = \frac{x}{\ln x}.$$

$$12. \text{ Найти точки перегиба функции } y = x^3 - 3x^2 + 9x + 11.$$

$$13. \text{ Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 4 \text{ на отрезке } [-1; 2].$$

14. Построить графики функции:

$$а) y = x - 2 + \frac{4}{x-2}.$$

$$б) y = \ln(8 - 2x^2).$$

$$в) y = 4^{2x-x^2}.$$

$$15. \text{ По определению найти производную функции } y = \frac{2}{5-3x}.$$

ВАРИАНТ № 17.

Найти первую производную от функций

1. $y = (2x^3 + 5)^4 \cdot \sqrt[4]{x}$.

2. $y = \sqrt[3]{1 + \operatorname{tg}\left(x + \frac{1}{x}\right)}$.

3. $y = \operatorname{arcctg} \frac{1 + \sin x}{\cos x}$.

4. $y = 1 - e^{\sin^2 3x} \cdot \cos^2 3x$.

5. $y = \ln \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$.

6. $\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

7. $y = \frac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}$.

8. $\begin{cases} x = 3 \log_2 \operatorname{ctgt} \\ y = \operatorname{tgt} + \operatorname{ctgt} \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right)$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = (2 - x)(x + 1)^2$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$.

12. Найти точки перегиба функции $y = (x - 5)^{5/3} + 2$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[-3; 2]$.

14. Построить графики функции:

а) $y = 12x^2 - 8x^3 - 2$.

б) $y = \frac{3x^3}{4x^2 - 1}$.

в) $y = e^{x^2 - 2x}$.

15. По определению найти производную функции $y = \frac{4}{\sqrt{4x - 5}}$.

ВАРИАНТ № 18.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{1-ax-dx^2}}.$$

$$2. y = \frac{\operatorname{ctg}(2x-1)}{\ln 2} + \ln \operatorname{tg}^2 2x.$$

$$3. y = \log_{x^2}(x-2)^{1/3}.$$

$$4. y = \arccos \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$5. y = e^{-2x+2} \cdot \sin^3 x.$$

$$6. y = (x+x^2)^{\frac{1}{x-2}}.$$

$$7. 3^{x+y} + (x^2 + y^2)^3 = x(y - y^2).$$

$$8. \begin{cases} x = 2t - \sqrt{t} \\ y = 2t^2 + \sqrt[3]{t} \end{cases}$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталья } \lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = x^2 \sqrt{1-x^3}.$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = \frac{x^2}{\ln x}.$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = \ln x^2.$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

14. Построить графики функции:

$$а) y = (x-2)(x+1)(x-3).$$

$$б) y = \frac{x}{x+2}.$$

$$в) y = xe^{-x^2+x}.$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = \frac{x}{x+3}.$$

ВАРИАНТ № 19.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{x}{\sqrt{3-2\sin^2 x}}.$$

$$2. y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\ln 2} \operatorname{ctg}^2 x^2.$$

$$3. y = \sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{1-x}.$$

$$4. y = \log_{\cos x} \sin^{2/3} x.$$

$$5. y = \sin e^x \cdot \cos^3 e^x.$$

$$6. 2^{x^2} + 2^{y^2} = 2^{\sqrt{x} + \sqrt{y}}.$$

$$7. y = (\operatorname{ctg}^{3/4} \sqrt{x})^{\sin x}.$$

$$8. \begin{cases} x = \sqrt[3]{1-\sqrt{t}} \\ y = \sqrt{1-\sqrt[3]{t}} \end{cases}.$$

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}.$

10. Найти промежутки монотонности функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1.$

11. Исследовать на экстремум функцию $y = x\sqrt{1-x^2}.$

12. Найти точки перегиба функции $y = x^3 \ln x + 1.$

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ на отрезке $[1;4].$

14. Построить графики функции:

а) $y = 27(x^3 - x^2)/4 - 4.$

б) $y = \frac{2x}{4-x^2}.$

в) $y = x \ln x.$

15. По определению найти производную функции $y = \frac{2-x}{2+x}.$

ВАРИАНТ № 20.

Найти первую производную от функций

1. $y = x^{5/2} \cdot \sqrt[4]{x^3 + 2}$.

2. $y = \operatorname{tg}\left(\ln \frac{1-2x}{3}\right)$.

3. $y = 2^{2^x} (x^2 - 2^x)$.

4. $y = \sqrt[3]{\ln(x \cos x - \sin x)}$.

5. $y = \operatorname{arccctg} \frac{2x^3}{1+x^6}$.

6. $y^2 \ln(yx) = \sqrt[3]{xy}$.

7. $y = (\cos^2 x)^{\sin \sqrt{x}}$.

8. $\begin{cases} x = 3 \cos^{2/3} t \\ y = 2 \sin^{3/2} t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\sin 2x}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \ln x - \operatorname{arctg} x$.

12. Найти точки перегиба функции $y = 2x^2 + \frac{4}{x}$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 4$ на отрезке $[-1; 2]$.

14. Построить графики функции:

а) $y = x(x+2)(x-1)$.

б) $y = \frac{4x^3}{3(x^2+1)}$.

в) $y = \frac{e^{x-1}}{x}$.

15. По определению найти производную функции $y = \sqrt{3x - x^2}$.

ВАРИАНТ № 21.

Найти первую производную от функций

1. $y = x^{3/2} \cdot \sqrt[3]{x^5 + a}$.

2. $y = \ln^3 \operatorname{tg} \frac{3x^3 - 4}{4}$.

3. $y = \arcsin \frac{1 + x^6}{3x^3 - 4}$.

4. $y = \log_2(\sqrt{x} \cos x - \sin \sqrt{x}) - 1$.

5. $y = 3^{2^x} \cdot 2^{3^x}$.

6. $2\sqrt{y} \ln \frac{x^2}{\sqrt{y}} = x^2 \sqrt{y}$.

7. $y - (\sin^2 \sqrt{x})^{e^{1/x}}$.

8. $\begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t) \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t) \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = x^2(x - 3)$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = 1 - (x - 2)^{4/5}$.

12. Найти точки перегиба функции $y = xe^{2x} + 1$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \sqrt[3]{2(x - 2)^2(8 - x)} - 1$ на отрезке $[0; 6]$.

14. Построить графики функции:

а) $y = x^2(x - 4)^2 / 16$.

б) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$.

в) $y = e^{x-2} / x$.

15. По определению найти производную функции $y = \frac{3x - 2}{4x + 1}$.

ВАРИАНТ № 22.

Найти первую производную от функций

$$1. y = x \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}.$$

$$2. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x} + \sin^2 2x.$$

$$3. y = \arcsin \sqrt{1-3x}.$$

$$4. y = (\ln(x^5 + 3) - 1)(x^5 + 3).$$

$$5. y = \frac{e^{x/3}}{\cos^2(x/3)}.$$

$$6. y = x^{e^x} \cdot x^9.$$

$$7. e^x + e^y - 2^{xy} - e^{(xy)^2} = 0.$$

$$8. \begin{cases} x = t^2 - \sin^2 t \\ y = t - \cos 2t \end{cases}.$$

$$9. \text{ Вычислить предел, применяя правило Лопиталю } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

$$10. \text{ Найти промежутки монотонности функции } y = \frac{x+2}{x^2-1}.$$

$$11. \text{ Исследовать на экстремум функцию } y = \frac{2x}{1+x^2}.$$

$$12. \text{ Найти точки перегиба функции } y = \sqrt[3]{(x-2)^5} + 3.$$

$$13. \text{ Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = \frac{1-x+x^2}{1+x-x^2} \text{ на отрезке } [0;1].$$

14. Построить графики функции:

$$\text{а) } y = (x+2)^3(x-1).$$

$$\text{б) } y = x \ln(4x).$$

$$\text{в) } y = \frac{2x^3}{x^2-9}.$$

$$15. \text{ По определению найти производную функции } y = x^3 + x.$$

ВАРИАНТ № 23.

Найти первую производную от функций

1. $y = \frac{x^2 + 1}{x^3 - x}$.

2. $y = \operatorname{tg} 2x + \frac{2}{3} \operatorname{tg}^3 2x + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 2x$.

3. $y = \operatorname{arctg}(x+1) + \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2}$.

4. $y = \ln\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}\right)$.

5. $y = \frac{e^x 5^x}{3^{4x}}$.

6. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = a^2 \sqrt{xy} + b^2 \sqrt{\frac{x}{y}}$.

7. $y = (\sin^3 x)^{5x/2}$.

8. $\begin{cases} x = 3 \cos \sqrt{t} \\ y = 4 \sin^{2/3} t \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\operatorname{tg} x}$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = e^x + 5^x$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = x^2(1 - x\sqrt{x})$.

12. Найти точки перегиба функции $y = \sqrt[3]{(x-2)^5} + 3$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2\sqrt{x} - x$ на отрезке $[0;4]$.

14. Построить графики функций:

а) $y = (16 - 6x^2 - x^3)/8$.

б) $y = \frac{x^2}{x-1}$.

в) $y = x^2 - 2 \ln x$.

15. По определению найти производную функции $y = \sqrt{3x + 2x^2}$.

ВАРИАНТ № 24.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{a}{\sqrt[5]{x^3}} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{b}.$$

$$2. y = 3x \sin^x x + 3 \cos x - \cos^3 x.$$

$$3. y = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

$$4. y = \ln(\sin \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} \sqrt{x}).$$

$$5. y = \frac{e^{-x^2}}{2x}.$$

$$6. x^2 \sin y - \cos y + \cos 2y = 0.$$

$$7. y = (\operatorname{ctgx}^2)^{-x^3}.$$

$$8. \begin{cases} x = \cos^{2/3}(t/2) \\ y = t - \sin^{4/3}(t/2) \end{cases}.$$

$$9. \text{ Вычислить предел, применяя правило Лопиталья } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{3/x} - 1}$$

$$10. \text{ Найти промежутки монотонности функции } y = \ln(1 - x^2).$$

$$11. \text{ Исследовать на экстремум функцию } y = (x - 1)^{6/7}.$$

$$12. \text{ Найти точки перегиба функции } y = \frac{x^3}{x^2 + 48}.$$

$$13. \text{ Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = \frac{4x}{4 + x^2} \text{ на отрезке } [-4; 2].$$

14. Построить графики функции:

$$\text{а) } y = 16x^3 + 12x^2 - 5.$$

$$\text{б) } y = \frac{4x^2 + 5}{x}.$$

$$\text{в) } y = e^{-x^3 + 3x}.$$

$$15. \text{ По определению найти производную функции } y = \cos x^2.$$

ВАРИАНТ № 25.

Найти первую производную от функций

1. $y = (3\sqrt[3]{x^2} + 6\sqrt[3]{x})\sqrt[3]{x^4}$.

2. $y = \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^2$.

3. $y = \operatorname{arctg} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$.

4. $y = \ln(3x^x + \sqrt{9x^4 + 1})$.

5. $y = e^{0,5tg^2 x} \cdot \cos^2 x$.

6. $\sin^2(xy) + \cos^2(x/y) = 8$.

7. $y = (\cos^3 x^2)^{1/x^2}$.

8. $\begin{cases} x = e^{\sqrt{t}} \\ y = \sqrt{\cos t / 2} \end{cases}$.

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталю $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 1}{5x^5 + x + 2}$

10. Найти промежутки монотонности функции $y = 2x^2 - \ln x$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \ln(x^2 + 1)$.

12. Найти точки перегиба функции $y = x^7 + 7x + 1$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{10x}{1 + x^2}$ на отрезке $[0;3]$.

14. Построить графики функций:

а) $y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9$.

б) $y = \frac{x^2}{x - 2}$.

в) $y = \frac{x}{\ln x}$.

15. По определению найти производную функции $y = \frac{10}{5x - 2}$.

ВАРИАНТ № 26.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \frac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}.$$

$$2. y = \sin(\ln x) \cdot \cos(\ln x).$$

$$3. y = \arccos \frac{9-x^2}{9+x^2}.$$

$$4. y = (x^5+3)(\ln(x^5+3)-1).$$

$$5. y = e^{x/3} \cos^2(x/3).$$

$$6. x - y = \arcsin^2 x - \arccos^2 y.$$

$$7. y = (\sqrt{x} + 2)^{\ln^2 x}.$$

$$8. \begin{cases} x = t^3 + \sqrt{8t} \\ y = t^5 + \sqrt{2t} \end{cases}.$$

$$9. \text{ Вычислить предел, применяя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$$

$$10. \text{ Найти промежутки монотонности функции } y = x - 2\sin^2 x \text{ на } [0; \pi/2].$$

$$11. \text{ Исследовать на экстремум функцию } y = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 7.$$

$$12. \text{ Найти точки перегиба функции } y = \frac{x^3}{x^2 + 48}.$$

$$13. \text{ Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2} \text{ на отрезке } [-1; 2].$$

14. Построить графики функции:

$$\text{а) } y = -(x-2)^2(x-6)/16.$$

$$\text{б) } y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2}.$$

$$\text{в) } y = \ln(9 - x^2).$$

$$15. \text{ По определению найти производную функции } y = \sqrt{4 - x^2}.$$

ВАРИАНТ № 27.

Найти первую производную от функций

$$1. y = 4\sqrt{x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3 + 2x + 1}}.$$

$$2. y = (e^{\cos x} + 3)^2.$$

$$3. y = \ln \sin(2x + 5e^{2x}).$$

$$4. y = (\ln^2 x)^{(x-2)^2}.$$

$$5. y = 2^{e^x} \cdot e^{2^x}.$$

$$6. \operatorname{tg}^2 \frac{y}{x} = 5\sqrt[3]{xy}.$$

$$7. y = \left(\frac{\cos x}{x} \right)^{\sin^2 x}.$$

$$8. \begin{cases} x = e^{2t} \sin^2 t \\ y = e^{3t} \cos^2 t \end{cases}.$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталья } \lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = (2x-4)(x+3)(4-x).$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = 2xe^{-x^2}.$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = 1 - \sqrt[3]{(x-4)^2}.$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = 32x - x^4 \text{ на отрезке } [-1; 4].$$

14. Построить графики функции:

$$\text{а) } y = (2-x)(1+x)(3-x).$$

$$\text{б) } y = \frac{x^3}{4-x^2}.$$

$$\text{в) } y = (x-1)\ln(1-x).$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = x - \frac{2}{x}.$$

ВАРИАНТ № 28.

Найти первую производную от функций

$$1. y = 4\sqrt{2x + 3x^2} - \frac{15}{\sqrt{5x^3 - 2x + 1}}.$$

$$2. y = (e^{\cos x} + 3)^2 (\sin 2x - 3).$$

$$3. y = \log_2 \operatorname{tg}(2x + 5e^{2x}).$$

$$4. y = (\ln^2 x)^{(x-2)^2}.$$

$$5. y = a^{e^x} \cdot e^{a^x}.$$

$$6. \operatorname{ctg}^2 \frac{y^2}{x} = 5\sqrt[3]{x^2 y}.$$

$$7. y = \left(\frac{\cos x}{\sqrt{2x}} \right)^{\sin^2 x}.$$

$$8. \begin{cases} x = e^{2t} + \sin^2 2t \\ y = e^{3t} - \cos^2 3t \end{cases}.$$

$$9. \text{Вычислить предел, применяя правило Лопиталья } \lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$10. \text{Найти промежутки монотонности функции } y = (x-4)(x-3)(4-2x).$$

$$11. \text{Исследовать на экстремум функцию } y = 4x^2 e^{-x^2}.$$

$$12. \text{Найти точки перегиба функции } y = \sqrt[3]{(x-3)^2}.$$

$$13. \text{Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = 32x - x^4 \text{ на отрезке } [-1; 4].$$

14. Построить графики функции:

$$\text{а) } y = (2-x)(1+x)(3-x).$$

$$\text{б) } y = \frac{x^3}{9-x^2}.$$

$$\text{в) } y = (x+1) \ln(1+x).$$

$$15. \text{По определению найти производную функции } y = 2x - \frac{2}{x}.$$

ВАРИАНТ № 29.

Найти первую производную от функций

$$1. y = \sqrt{\frac{e^x + x^2}{e^{2x} - x^2}}.$$

$$2. y = \frac{-2}{\operatorname{tg}^2(2x - \sqrt{x})} + \sin^2(2x - \sqrt{x}).$$

$$3. y = \arccos \sqrt{1 - 3x} \cdot \arcsin \sqrt{3x - 1}.$$

$$4. y = (\log_3(x^5 + 3) - 1)(x^5 + 3).$$

$$5. y = \frac{e^{x/3}}{\operatorname{ctg}^2(x/3)}.$$

$$6. y = x^{e^x} \cdot x^9.$$

$$7. e^x + e^y - 2^{xy} - e^{(xy)^2} = 0.$$

$$8. \begin{cases} x = t^2 \sin^2 t \\ y = t \cos 2t \end{cases}.$$

$$9. \text{ Вычислить предел, применяя правило Лопиталья } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

$$10. \text{ Найти промежутки монотонности функции } y = \frac{x - 2}{x^2 + 1}.$$

$$11. \text{ Исследовать на экстремум функцию } y = \frac{2x}{(1 + x^2)^2}.$$

$$12. \text{ Найти точки перегиба функции } y = 2\sqrt[3]{(x - 2)^5} - 3x.$$

$$13. \text{ Найти наибольшее и наименьшее значения функции } y = \frac{1 - x + x^2}{1 + x - x^2} \text{ на отрезке } [0; 1].$$

14. Построить графики функции:

$$\text{а) } y = (x + 2)^3(x - 1).$$

$$\text{б) } y = \ln(16 - 4x^2).$$

$$\text{в) } y = \frac{2x^3}{x^2 - 9}.$$

$$15. \text{ По определению найти производную функции } y = 2x^3 - 3x.$$

ВАРИАНТ № 30.

Найти первую производную от функций

1. $y = (2x - a^2)\sqrt{a^2 - x^2}$.

2. $y = \sin \ln 2 - \frac{\cos^3 3x}{6\sin^2 6x}$.

3. $y = e^x \operatorname{arctg} e^x - \log_3 \sqrt{1 + e^{2x}}$.

4. $y = \ln(2x - \sqrt{4x^2 + 2})$.

5. $y = 3\sin^2(x2^x - 3^x)$.

6. $x^3 + \ln(y - x^2)e^{xy} = 0$.

7. $y = (\operatorname{tg} 3x)^{\ln(\operatorname{tg} x/4)}$.

8.
$$\begin{cases} x = 2^{-3t} \\ y = 2^{3t^2 - 2t} \end{cases}$$

9. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x - 1/x)$.

10. Найти промежутки монотонности функции $y = x(1 + \sqrt{x})$.

11. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$.

12. Найти точки перегиба функции $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x}$.

13. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{x-1}{x+1}$ на отрезке $[0;4]$.

14. Построить графики функций:

а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$.

б) $y = \frac{10x + 10}{x^2 - 2x + 1}$.

в) $y = \ln(4x^2 - 16)$.

15. По определению найти производную функции $y = (3x - 1)^3$.