

## Занятие 14. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве.

**Условие параллельности прямой**  $\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$  **и плоскости**

$Ax + By + Cz + D = 0$ :  $Am + Bn + Cp = 0$ . **Условие перпендикулярности прямой и**

**плоскости:**  $\frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$ . **Угол между прямой и плоскостью:**

$$\sin \alpha = \frac{Am + Bn + Cp}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}}.$$

### Задачи.

1. Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$  и плоскости  $2x + 3y + z - 1 = 0$  и угол между ними.

2. Доказать, что прямая  $x = -2 + 3t$ ,  $y = 1 - 4t$ ,  $z = -5 + 4t$  параллельна плоскости  $4x - 3y - 6z - 5 = 0$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2; -3; -5)$  перпендикулярно к плоскости  $6x - 3y - 5z + 2 = 0$ .

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(1; -2; 1)$  перпендикулярно к прямой  $\begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0, \\ x + y - z + 2 = 0. \end{cases}$

6. При каком значении  $m$  прямая  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$  параллельна плоскости  $x - 3y + 6z + 7 = 0$ ?

7. При каких значениях  $A$  и  $B$  плоскость  $Ax + By + 3z - 5 = 0$  перпендикулярна к прямой  $x = 3 + 2t$ ,  $y = 5 - 3t$ ,  $z = -2 - 2t$ ?

8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A$  перпендикулярно вектору  $\vec{BC}$  и параметрические уравнения медианы  $BD$ , если  $A(-3; 1; 0)$ ,  $B(6; 3; 3)$ ,  $C(9; 4; -2)$ .

### Дополнительные задачи.

1. Найдите угол между плоскостями  $x - 2y + 2z + 3 = 0$ ;  $x + z - 5 = 0$ .

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2; -1; 3)$  параллельно плоскости  $2x + 3y - 4z + 5 = 0$ .

3. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку  $A(2; -4; -1)$  и середину отрезка прямой  $\begin{cases} 3x + 4y + 5z - 26 = 0, \\ 3x - 3y - 2z - 5 = 0, \end{cases}$  заключенного между плоскостями  $5x + 3y - 4z + 11 = 0$ ,  $5x + 3y - 4z - 41 = 0$ .

**Задачи для самостоятельной работы.** Данко, ч.1. Гл. III, пар. 1, п. 2.

1. Найти точку пересечения прямой  $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$  и плоскости  $x+2y-2z+6=0$  и угол между ними.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(1;-1;-1)$  перпендикулярно к прямой  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}$ .
3. При каком значении  $C$  прямая  $\begin{cases} 3x-2y+z+3=0, \\ 4x-3y+4z+1=0 \end{cases}$  параллельна плоскости  $2x-y+Cz-2=0$ ?
4. При каких значениях  $l$  и  $C$  прямая  $\frac{x-2}{l} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$  перпендикулярна к плоскости  $3x-2y+Cz+1=0$ ?
5. Найти синус угла между плоскостью  $2x+y+2z+6=0$  и прямой  $x=3$ ,  $y=5-3t$ ,  $z=-2-4t$ .