

Занятие 18. Непрерывность функции одной переменной.

Функция является **непрерывной** в точке x_0 , если $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = f(x_0)$. Если $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq f(x_0)$, то x_0 - точка **устранимого разрыва** (разрыва 1 рода). Если $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$, то x_0 - точка разрыва первого рода - **скачка**. Величина $|\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)|$ называется **скачком** функции. Если $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \infty$ и (или) $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \infty$, то x_0 - точка **разрыва второго рода** (бесконечного).

Задачи.

Исследовать функции на непрерывность. Построить их графики.

$$1. f(x) = \begin{cases} 2, & x < -2, \\ \sqrt{4-x^2}, & -2 \leq x < 2, \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases} \quad 2. f(x) = \begin{cases} x^3+1, & x < 1, \\ 2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x, & x > 2. \end{cases} \quad 3. f(x) = \begin{cases} -2x-1, & x < 0, \\ \frac{1}{x-1}, & 0 \leq x \leq 1, \\ x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$4. f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}} - 1. \quad 5. f(x) = \frac{x^2 - 25}{x + 5}. \quad 6. f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2}{x-1}.$$

Дополнительные задачи.

$$1. \text{ Пусть } f(x) = \begin{cases} -2 \sin x, & x \leq -\frac{\pi}{2}, \\ A \sin x + B, & -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ \cos x, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \text{ Подобрать числа } A \text{ и } B \text{ так, чтобы}$$

функция $f(x)$ была непрерывной; построить ее график.

2. Исследовать функции на непрерывность. Построить их графики.

$$1). f(x) = \frac{2}{\frac{1}{3^{x-2}} + 1}. \quad 2). f(x) = 4^{\lg^2 x}.$$

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.VI, пар.6.

Исследовать функции на непрерывность. Построить их графики.

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi, \\ \sin x, & -\pi \leq x < 0, \\ \pi, & x \geq 0. \end{cases} \quad 2. f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 \leq x < 1, \\ x-1, & 1 < x \leq 4, \\ 1, & x = 1. \end{cases} \quad 3. f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 1, \\ \frac{1}{x^2-1}, & 1 \leq x \leq 3, \\ x+1, & x > 3. \end{cases}$$

$$4. \ f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^{\frac{1}{x}} + 1} \ .$$