

Занятие 1. Вычисление определителей.

Определитель второго порядка задается равенством

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Определитель третьего порядка задается равенством

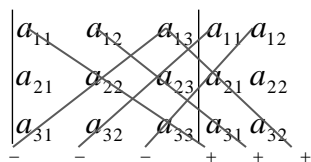
$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}.$$

Свойства определителей. 1. Определитель равен нулю, если он содержит две одинаковые или пропорциональные строки; строку из нулей. **2.** Определитель не изменится, если к любой его строке прибавить другую строку, умноженную на некоторое число. **3.** Разложение определителя по любой строке (столбцу):

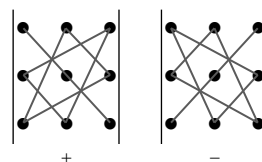
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} = \dots = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33}.$$

Способы вычисления определителя третьего порядка.

а). Правило Саррюса (дополнения):



б). Правило треугольников:



в). Разложение определителя по первой строке:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} = \\ = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

Задачи.

1. Вычислить определители второго порядка.

1). $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}.$

2). $\begin{vmatrix} x & xy \\ 1 & y \end{vmatrix}.$

3). $\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}.$

4). $\begin{vmatrix} a & a \\ -a & a \end{vmatrix}.$

2. Вычислить каждый определитель и по правилу Саррюса, и по правилу треугольников. Вычислить эти же определители, разложив их по любой строке или столбцу.

$$1). \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}. \quad 2). \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}. \quad 3). \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}.$$

3. Вычислить определители.

$$1). \begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad 2). \begin{vmatrix} -2 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}. \quad 3). \begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 9 & 7 & 8 \\ 6 & 12 & 13 & 9 \\ 4 & 6 & 6 & 5 \end{vmatrix}. \quad 4). \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & -4 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 4 & -2 \end{vmatrix}.$$

Дополнительные задачи.

1. Вычислить определители второго порядка. 1). $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$. 2). $\begin{vmatrix} \operatorname{tg} \varphi & 1 \\ -1 & \operatorname{tg} \varphi \end{vmatrix}$.

2. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0$.

3. Решить уравнение и неравенство.

$$1). \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 7 & x-3 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 0. \quad 2). \begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 2-3x & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \geq 0.$$

4. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 & 1 \\ 8 & 3 & 5 & 4 & -2 \\ 7 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 7 & -1 & 3 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислить каждый определитель и по правилу Саррюса, и по правилу треугольников. Вычислить эти же определители, разложив их по любой строке или столбцу.

$$1). \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}. \quad 2). \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}.$$

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.I, пар.5; гл.IV, пар. 1.

1. Вычислить определители второго порядка. 1). $\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$. 2). $\begin{vmatrix} 6 & 7 \\ -2 & 11 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить каждый определитель и по правилу Саррюса, и по правилу треугольников. Вычислить эти же определители, разложив их по любой строке или столбцу.

$$1). \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 7 & -4 & 5 \end{vmatrix}. \quad 2). \begin{vmatrix} 3 & 7 & 2 \\ -5 & 3 & -1 \\ 6 & -3 & 3 \end{vmatrix}. \quad 3). \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}.$$

3. Вычислить определители.

$$1). \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}. \quad 2). \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & -4 & 2 \end{vmatrix}. \quad 3). \begin{vmatrix} 2 & 5 & 2 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 5 & 4 & -2 \\ 7 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 7 & -1 & 3 \end{vmatrix}.$$