

## Занятие 12. Плоскость в пространстве.

**Уравнения плоскости:** проходящей через точку  $M(x_0, y_0, z_0)$  перпендикулярно вектору нормали  $\vec{N}=(A, B, C)$ :  $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ ; общее  $Ax+By+Cz+D=0$ ,  $\vec{N}=(A, B, C)$  - вектор нормали; в отрезках  $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ ; проходящей через три данные точки  $M(x_1, y_1, z_1), M(x_2, y_2, z_2), M(x_3, y_3, z_3)$ :

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0. \text{ Угол между плоскостями } A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0,$$

$$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0: \cos \alpha = \frac{|\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2|}{|\vec{N}_1| \cdot |\vec{N}_2|} = \frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2} \sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}.$$

**Условие параллельности плоскостей**  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ . **Условие перпендикулярности плоскостей**  $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$ . **Расстояние от точки  $M(x_0, y_0, z_0)$  до плоскости  $Ax+By+Cz+D=0$ :**  $d = \frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$

### Задачи.

1. Построить плоскости: а)  $2x-4y-8=0$ ; б)  $6y+18=0$ .
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2;3;5)$  перпендикулярно вектору  $\vec{N}=4\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k}$ .
3. Определить расстояние от точки  $M_0(3;5;-8)$  до плоскости  $6x-3y+2z-28=0$ .
4. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки  $M(4;-2;1), N(2;4;-3)$ .
5. Записать уравнение в отрезках для плоскости  $x+2y-3z-6=0$ .
6. Найти угол между плоскостями  $x-y\sqrt{2}+z-1=0$  и  $x+y\sqrt{2}-z+3=0$ .
7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3;-2;-7)$  параллельно плоскости  $2x-3z+5=0$ .
8. Найти расстояние от точки  $M(-3;2;-1)$  до плоскости, проходящей через точки  $A(1;0;2), B(1;2;-1), C(-2;-1;6)$ .

### Дополнительные задачи.

1. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку пересечения плоскостей  $2x+2y+z-7=0$ ,  $2x-y+3z-3=0$ ,  $4x+5y-2z-12=0$  и через точки  $M(0;3;0), N(1;1;1)$ .

2. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(0;-1;3)$  перпендикулярно к плоскостям  $x + y - 2z + 5 = 0$ ;  $2x - y + 3z - 1 = 0$ .

3. На оси  $Oy$  найти точку, отстоящую от плоскости  $x + 2y - 2z - 2 = 0$  на расстоянии  $d = 4$ .

**Задачи для самостоятельной работы.** Данко, ч.1. Гл.Ш, пар.1, п.1.

1. Построить плоскости  $2x - 3y - 4z + 12 = 0$ ;  $4y - 3x - 2z + 24 = 0$ .

2. Вычислить расстояние от точки  $P(-1;1;-2)$  до плоскости, проходящей через точки  $A(1;-1;1)$ ,  $B(-2;1;3)$ ,  $C(4;-5;-2)$ .

3. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(2;-1;4)$ , если она отсекает на оси  $Oz$  отрезок вдвое больше, чем на осях  $Ox$  и  $Oy$ .

4. Даны координаты вершин тетраэдра  $A(3;4;5)$ ,  $B(-2;6;1)$ ,  $C(-3;-4;0)$ ,  $D(5;-2;-1)$ . Составить уравнения его граней.

5. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки  $M(2;-1;5)$  и  $P(4;2;1)$  перпендикулярно к плоскости  $2x - y + 3z - 5 = 0$ .

6. Найти угол между плоскостями  $6x + 3y - 2z = 0$  и  $x + 2y + 6z - 12 = 0$ .