

Занятие 9. Прямая на плоскости.

Уравнения прямой: общее: $Ax + By + C = 0$, вектор $\vec{n} = (A, B)$ перпендикулярен прямой; с угловым коэффициентом: $y = kx + b$; проходящей через данную точку $M(x_0, y_0)$ с данным угловым коэффициентом k : $y - y_0 = k(x - x_0)$;

проходящей через две точки $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$; в отрезках:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Задачи.

1. При каком значении a прямые $7x - 2y - 5 = 0$, $x + 7y - 8 = 0$, $ax + ay - 8 = 0$ пересекаются в одной точке?
2. Определить, какие из точек $A(3, 1)$, $B(2, 3)$, $C(6, 3)$ лежат на прямой $2x - 3y - 3 = 0$ и какие не лежат на ней.
3. Вершины треугольника ABC находятся в точках $A(-5; 1)$, $B(2; 5)$, $C(1; -1)$. Найти: длину и уравнение стороны BC ; длину и уравнение медианы, проведенной из вершины C ; площадь треугольника.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2; -4)$ и $B(-2; -1)$.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2; -4)$, перпендикулярно вектору $\vec{n} = (3; -1; 2)$.
6. Найти угловой коэффициент k и отрезок b , отсекаемой на оси Oy , для прямых $5x - y + 3 = 0$, $2x + 3y - 6 = 0$.
7. Составить уравнения прямых в «отрезках» для прямых $5x - y + 3 = 0$, $2x + 3y - 6 = 0$.
8. Прямая отсекает на осях координат равные положительные отрезки. Составить уравнение прямой, если площадь треугольника, образованного прямой с осями координат равна 8.
9. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точки $A(2, -5)$, $B(3, 2)$.

Дополнительные задачи.

1. Даны стороны треугольника $x - y + 2 = 0$ (AB), $x = 2$ (BC), $x + y - 2 = 0$ (AC). Составить уравнение прямой, проходящей через вершину B и через точку на стороне AC , делящую ее (считая от A) в отношении 1:3.
2. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x - y - 1 = 0$, $x - 2y = 0$ и точка $P(3; -1)$ пересечения его диагоналей. Найти уравнения двух других сторон параллелограмма.
3. Даны середины сторон треугольника: $M_1(2; 1)$, $M_2(5; 3)$, $M_3(3; -4)$. Составить уравнения его сторон.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл. I, пар. 2.

1. Определить площадь треугольника, образованного прямой $4x + 3y - 36 = 0$ с осями координат.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;5)$ и отсекающей на оси ординат отрезок, равный 7.
3. Даны вершины треугольника $A(1;1)$, $B(4;5)$, $C(13;-4)$. Найти: длину и уравнение стороны BC ; длину и уравнение медианы, проведенной из вершины C ; площадь треугольника.
4. Определить, какие из точек $A(-3, -3)$, $B(3,-1)$, $C(-2,1)$ лежат на прямой $2x-3y-3=0$ и какие не лежат на ней.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(2;-4)$ и $B(-2;-4)$.
6. Стороны треугольника лежат на прямых $x+5y-7=0$, $3x-2y-4=0$, $7x+y+19=0$. Найти его площадь.

Занятие 10. Прямая на плоскости.

Угол между двумя прямыми, заданными общими уравнениями

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0 \text{ и } A_2x + B_2y + C_2 = 0: \cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}; \text{ уравнениями с}$$

$$\text{угловыми коэффициентами } y = k_1x + b_1, y = k_2x + b_2: \operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2k_1} \right|. \text{ Условия}$$

параллельности прямых: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$, $k_1 = k_2$. **Условия перпендикулярности**

прямых: $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$, $k_1 = -\frac{1}{k_2}$. **Расстояние от точки $M(x_0, y_0)$ до прямой**

$$Ax + By + C = 0: d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Задачи.

1. Показать, что прямые $4x-6y+7=0$ и $20x-30y-11=0$ параллельны, а прямые $3x-5y+7=0$ и $10x+6y-3=0$ перпендикулярны.
2. Даны точки $A(0;2)$, $B(7;3)$, $C(1;6)$. Найти угол BAC .
3. Даны вершины треугольника ABC $A(2;-1)$, $B(4;3)$, $C(-2;1)$. Найти: длину и уравнение стороны BC ; длину и уравнение высоты AK ; длину и уравнение медианы CM ; угол B ; площадь треугольника ABC ; координаты точек F_1, F_2 , делящих отрезок AB на три равные части.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2;-5)$ параллельно прямой $3x+4y+2=0$.
5. Найти расстояние от точки $M(2;-1)$ до прямой $4x+3y+10=0$.
6. Определить расстояние от точки $M(2;-1)$ до прямой, отсекающей на осях координат отрезки $a=8$ и $b=6$.
7. Найти угол между прямыми $y = 5x + 7$, $y = -\frac{3}{2}x$.

8. Определить расстояние между параллельными прямыми $3x + y - 3\sqrt{10} = 0$ и $6x + 2y + 5\sqrt{10} = 0$.

9. Даны стороны треугольника $x + 3y - 7 = 0$ (AB), $4x - y - 2 = 0$ (BC), $6x + 8y - 35 = 0$ (AC). Найти длину высоты, проведенной из вершины B .

Дополнительные задачи.

1. Даны вершины треугольника $A(1;-1)$, $B(-2;1)$, $C(3;5)$. Найти уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на медиану, проведенную из вершины B .

2. Даны две противоположные вершины квадрата $A(-1;3)$ и $C(6;2)$. Составить уравнения его сторон.

3. Найти уравнения сторон треугольника, зная одну из вершин $A(4;-1)$ и уравнения двух биссектрис $x - 1 = 0$, $x - y - 1 = 0$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.I, пар.2.

1. Найти взаимно перпендикулярные прямые: $x + 3y - 7 = 0$, $4x - y - 2 = 0$, $3x - y + 5 = 0$.

2. Даны точки $A(1;-2)$, $B(5;4)$, $C(-2;0)$. Найти угол ACB .

3. Даны вершины треугольника ABC $A(1;2)$, $B(4;5)$, $C(10;-2)$. Найти: длину и уравнение стороны BC ; длину и уравнение высоты AK ; длину и уравнение медианы CM ; угол B ; площадь треугольника ABC ; координаты точек F_1, F_2 , делящих отрезок AB на три равные части.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;5)$ параллельно прямой $4x - 3y + 2 = 0$.

5. Найти расстояние от точки $M(-2;3)$ до прямой $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$.

6. Найти угол между прямыми $y = 3x + 5$, $y = 2x - 7$.