

Занятие 19. Линейное уравнение 1 порядка.

Линейное уравнение. Уравнение $y' + p(x)y = q(x)$ ($x' + p(y)x = q(y)$), содержащее искомую функцию $y(x)$ (или $x(y)$) и ее производную в качестве членов первого порядка, называется **линейным**.

Метод Лагранжа. Вначале решается однородное линейное уравнение $y' + p(x)y = 0$ как уравнение с разделяющимися переменными. Пусть $y = Cy(x)$ - его общее решение. Тогда общее решение уравнения $y' + p(x)y = q(x)$ ищется в виде $y = u(x)y(x)$, где $u(x)$ - неизвестная функция. Подставляя это выражение в искомое уравнение, находим функцию $u(x)$.

Задачи.

Найти решения линейных уравнений и задач Коши для них.

- 1). $y' - \frac{3y}{x} = x$, $y(1) = 1$. 2). $x^3 y' + x^2 y = 1$. 3). $y'(x + e^y) = 1$, $x(0) = 2$. 4). $xy' + y = \ln x + 1$.
- 5). $y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$, $y(0) = 1$. 6). $(13y^3 - x)y' = 4y$. 7). $(1 + x^2)y' + y = \arctg x$.
- 8). $y' = \frac{1}{2x - y^2}$. 9). $xy' - \frac{y}{x+1} = x$, $y(1) = 0$. 10). $y' = y/(2y \ln y + y - x)$, $y(1) = 1$.

Дополнительные задачи.

Найти решение уравнения $y' - y = -2e^{-x}$, удовлетворяющее условию $y \rightarrow 0$ при $x \rightarrow +\infty$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.2, гл.4, пар.1, пп.6.

Найти решения линейных уравнений и задач Коши для них.

- 1). $y' - \frac{y}{1+x} = e^x(x+1)$, $y(0) = 1$. 2). $(y^2 + 2y - x)y' = 1$. 3). $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$, $y(1) = 4$.
- 4). $(y^2 \ln y - x)y' = y$. 5). $(1 - x^2)y' - xy = 2$. 6). $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}$, $y(0) = 0$.
- 7). $y = xy' + y' \ln y$. 8). $y' = 2y + e^x - x$, $y(0) = 1/4$. 9). $y = xy' + y' \ln y$.
- 10). $(2xy + 3)dy - y^2 dx = 0$, $y(1) = 1$.