

Занятие 20. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

Если уравнение 2 порядка $F(x, y, y', y'') = 0$ содержит неполный набор аргументов, то возможно понизить порядок уравнения до первого. Уравнение вида $y^{(n)} = f(x)$ решается последовательным интегрированием. Уравнение второго порядка $F(x, y, y'') = 0$, не содержащее функции y , подстановкой $y' = z(x)$, $y'' = z'(x)$ приводится к уравнению первого порядка $F(x, z, z') = 0$. Уравнение вида $F(y, y', y'') = 0$, не содержащее аргумента x , подстановкой $y' = z(y)$, $y'' = z \frac{dz}{dy}$ приводится к уравнению первого порядка $F(y, z, z') = 0$.

Задачи.

Найти решения уравнений второго порядка или задач Коши для них.

1). $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $y(\pi/4) = \frac{\ln 2}{2}$, $y'(\pi/4) = 1$. 2). $y''x \ln x = y'$. 3). $2yy'' = 1 + (y')^2$.

4). $\sin^4 x \cdot y''' = \sin 2x$. 5). $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$. 6). $yy'' - (y')^2 = y^2$. 7). $xy'' = y' \ln \left(\frac{y'}{x} \right)$.

8). $y''(x-1) - y' = 0$, $y(2) = 2$, $y'(2) = 1$. 9). $y''y^3 = 1$, $y(1/2) = 1$, $y'(1/2) = 1$.

10). $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$.

Дополнительные задачи.

Понизить порядок уравнения $6y''^2 - 5y''y^{IV} = 0$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.2, гл.4, пар.2, пп.1,2,3,4.

Найти решения уравнений второго порядка или задач Коши для них.

1). $y'' = \frac{1}{\sin^2 x}$, $y(\pi/2) = 3$, $y'(\pi/2) = 2$. 2). $y'' + y \operatorname{tg} x = \sin 2x$. 3). $y''(2y+3) - 2(y')^2 = 0$.

4). $y'' = \frac{1}{x}$. 5). $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$. 6). $y''y - (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

7). $xy'' + y' - x - 1 = 0$. 8). $2(y')^2 = (y-1)y''$. 9). $y'' = y'e^y$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

10). $y''' = \frac{6}{x^3}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 1$, $y''(1) = 1$.