

Занятие 6. Интегрирование по частям.

Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле:

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

Интегралы, вычисляемые по частям.

I группа. $\int x^n e^x dx$; $\int x^n \sin x dx$; $\int x^n \cos x dx$. Интегрирование по частям n раз. Здесь $u = x^n$, $dv = \{e^x dx; \sin x dx; \cos x dx\}$.

II группа. $\int x^n \ln x dx$; $\int x^n \arcsin x dx$; $\int x^n \arccos x dx$. Один раз по частям. Здесь $u = \{\ln x; \arcsin x; \arccos x\}$, $dv = x^n dx$.

III группа. $\int e^{ax} \sin bxdx$; $\int e^{ax} \cos bxdx$. Интегрирование по частям два раза, далее интеграл находится алгебраически, появляясь в правой части с коэффициентом, отличным от нуля. Здесь $u = e^{ax}$, $dv = \{\sin bxdx; \cos bxdx\}$.

Задачи.

Найти неопределенные интегралы с помощью интегрирования по частям.

- 1). $\int x e^{3x} dx$. 2). $\int x \ln x dx$. 3). $\int e^x \sin x dx$. 4). $\int (x^2 - x) \cos x dx$.
- 5). $\int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x}$. 6). $\int \sqrt[3]{x} \ln^2 x dx$. 7). $\int \cos(\ln x) dx$. 8). $\int x^2 3^x dx$.
- 9). $\int \arctg \sqrt{2x-1} dx$. 10). $\int x \operatorname{tg}^2 x dx$.

Дополнительные задачи.

Найти неопределенные интегралы, применив сначала замену переменной, а потом интегрирование по частям.

- 1). $\int \sin \sqrt[3]{x} dx$. 2). $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч. 1, гл. 9, § 1, п. 3.

Найти неопределенные интегралы с помощью интегрирования по частям.

- 1). $\int x \sin 2x dx$. 2). $\int \arctg x dx$. 3). $\int 2^x \cos x dx$. 4). $\int x^2 e^{-x} dx$. 5). $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$.

6). $\int x^2 \ln(1+x)dx$. 7). $\int \sin(\ln x)dx$. 8). $\int x^2 \sin 3x dx$. 9). $\int x \arcsin x dx$.

10). $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$.