

Занятие 11. Кривые 2 порядка.

Уравнение второго порядка $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ задает: *окружность* при $A = B$; *эллипс* при $AB > 0$; *гиперболу* при $AB < 0$; параболу, если $A = 0$ или $B = 0$. **Уравнения окружности:** с центром в т. $C(x_0; y_0)$ и радиусом R : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$; с центром в т. $O(0;0)$: $x^2 + y^2 = R^2$. **Каноническое**

уравнение эллипса: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. **Каноническое уравнение гиперболы:**

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. **Канонические уравнения параболы:** $y^2 = \pm 2px, p > 0$;
 $x^2 = \pm 2py, p > 0$.

Задачи.

1. Найти координаты центра и радиус окружности $2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y + 1 = 0$.
2. Установить тип кривой и построить ее.
 - 1). $x^2 - y^2 + 6x + 4y - 4 = 0$; 2). $y^2 + 4y = 2x$; 3). $2x^2 + 5y^2 - 12x + 10y + 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса с фокусами на оси абсцисс, если: его большая полуось равна 10, а расстояние между фокусами $2c=8$; расстояние между фокусами $2c=6$ и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{5}$.
4. Дана гипербола $16x^2 - 9y^2 = 144$. Найти: полуоси a и b ; фокусы; эксцентриситет; уравнения асимптот.
5. Составить каноническое уравнение параболы, если известно, что ее фокус расположен в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4 = 0$ с осью Ox .
6. Составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки $M(5/2; \sqrt{6}/4), N(-2; \sqrt{15}/5)$.
7. Эксцентриситет гиперболы равен $\sqrt{2}$. Составить каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точку $M(\sqrt{3}; \sqrt{2})$.
8. Найти фокус и директрису параболы $y^2 = 2px$.
9. Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$, и уравнение прямой, проходящей через эти центры.
10. Составить уравнение окружности, описанной около треугольника, стороны которого заданы уравнениями $9x - 2y - 41 = 0$, $7x + 4y + 7 = 0$, $x - 3y + 1 = 0$.

Дополнительные задачи.

1. Определить траекторию точки $M(x;y)$, которая при своем движении остается вдвое ближе к прямой $x=1$, чем к точке $A(4;0)$.
2. Составить уравнение эллипса, если известно, что $F_1(0;0), F_2(1;1)$ - фокусы эллипса, а длина большой оси равна 2.

3. Через точку $M(0;-1)$ и правую вершину гиперболы $3x^2 - 4y^2 = 12$ проведена прямая. Найти вторую точку пересечения прямой с гиперболой.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.I, пар.3.

1. Построить кривые $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$; $x^2 + y^2 - 4x + 14y + 52 = 0$.

2. Эллипс проходит через точку $M(1;1)$ и имеет эксцентриситет $\varepsilon = 0,6$. Составить уравнение эллипса.

3. Найти уравнение окружности, проходящей через точки $A(1;2), B(0;-1), C(-3;0)$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через левый фокус и нижнюю вершину эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

5. Даны точки $A(-3;0), B(3;6)$. Написать уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок AB .

6. Дано уравнение гиперболы $5x^2 - 4y^2 = 20$. Найти полуоси; координаты фокусов; эксцентриситет; уравнения асимптот.