

Занятие 1. Функции нескольких переменных. Частные производные.

Областью определения функции двух переменных $z = f(x, y)$ является часть плоскости Oxy . **Линии уровня** задаются уравнением $f(x, y) = C$. **Частные производные** по одной из переменных вычисляются по правилам и таблице вычисления производной функции одной переменной, при этом другие переменные, по определению, считаются постоянными.

Задачи.

1. Построить область определения функций.

1). $z = y^2 \sqrt{x^2 - y^2}$. 2). $z = \ln(4 + 4x - y^2)$. 3). $z = \arcsin\left(\frac{x}{y^2}\right)$. 4). $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.

2. Построить линии уровня функций.

1). $z = x + y$. 2). $z = x^2 + y^2$. 3). $z = y - x^2$.

3. Вычислить частные производные в точке M_0 .

1). $z = x^3 + y^3 - 3axy$, $M_0(1;1)$. 2). $z = e^{-xy}$, $M_0(0;1)$.

4. Найти частные производные первого порядка.

1). $z = x^y$. 2). $z = \sin \frac{x}{y} \cdot \cos(xy)$. 3). $z = \frac{x^2 y}{x + y^3}$. 4). $u = x\sqrt[4]{z} + zy + \frac{y}{\sqrt[4]{x}}$.

5). $z = e^{xy^2}$.

5. Проверить справедливость тождеств.

1). $xz'_x + yz'_y = 2$, если $z = \ln(x^2 + yx + y^2)$.

2). $xz'_x + yz'_y = 0$, если $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.

Дополнительные задачи.

1. Построить область определения функции

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \log_2(4 - x^2 - y^2).$$

2. Найти частные производные первого порядка функции

$$u = \frac{e^{xy} + \ln y}{2x + \sin(y^2 + x^2)}.$$

3. Показать, что $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0$, если $u = \frac{x-y}{z-t} + \frac{t-x}{y-z}$.

Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч. 1, гл. 8, § 1; § 2, п. 1.

1. Построить область определения функций.

1). $z = \sqrt{x+y-1} - \sqrt{x^2+y-1}$. 2). $z = \frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}$. 3). $z = \frac{\ln(-x+y)}{\sqrt{x}}$.

2. Построить линии уровня функций.

1). $z = \frac{x}{y}$. 2). $z = \ln xy$.

3. Найти частные производные первого порядка.

1). $u = \sqrt{s} \cdot \cos^2 t$. 2). $z = 2^{\frac{x-y}{x}}$. 3). $u = (xy)^z$. 4). $z = (\sin 3x)^{\cos^4 y}$.

5). $z = tg \frac{y}{x}$, найти значения производных в точке $M_0(1; \pi)$.

4. Проверить справедливость тождеств.

1). $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}$, если $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$.

2). $l \frac{\partial T}{\partial l} + g \frac{\partial T}{\partial g} = 0$, если $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.