Расчетно-графическая работа № 4 «Приложения производных».

Вариант 1.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x-a}{x^n-a^n}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=2x^3+3x^2-12x+1$ на отрезке $[-1;5]$.

3. Построить графики функций: а). $y=\dfrac{8x}{(x-2)^2}$; б). $y=\ln(4x^2-16)$; в). $y=\dfrac{e^x}{x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=(x-2)^2+2y^2-10$.

5. Доказать тождество $x\dfrac{\partial^2u}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$, где $u=\dfrac{x}{y}$.

Вариант 2.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos ax}{1-\cos bx}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\left(\dfrac{\sqrt{3}x}{2}-\sin x\right)$ на отрезке $[0;\pi/2]$.

3. Построить графики функций: а). $y=\dfrac{4x}{4+x^2}$; б). $y=2^{x^2-2x}$; в). $y=xe^{-x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=(x-5)^2+y^2+1$.

5. Доказать тождество $x\dfrac{\partial^2u}{\partial^2x}-y\dfrac{\partial^2u}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial u}{\partial x}-2y=0$, где $u=x^2-xy+y^2$.

Вариант 3.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1/\cos x-\cos x}{x^2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{3-2x^2}{x-4}$ на отрезке $[-1:3]$.

3. Построить графики функций: а). $y=x^2(x-2)^2$; б). $y=\dfrac{4x}{4-x^2}$; в). $y=(x-1)e^{3x+1}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=2xy-4y^2-2x^2$.

5. Доказать тождество $u''_{xy}-xu'_x-\dfrac{1}{x}u'_y=0$, где $u=e^{xy}$.

Вариант 4.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 2x)^x$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\sqrt{x(10-x)}$.

3. Построить графики функций: а). $y=x^3-3x^2+4$; б). $y=\dfrac{2x^2}{3(x-2)}$; в). $y=\ln(x^2-4)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=x\sqrt{y}-x^2-y+6x+3$.

5. Доказать тождество $u''_{xy}-\dfrac{1}{y}(u'_x+xu''_{xx})=0$, где $u=\sin^2 xy$.

Вариант 5.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+1}{5x^5+x+2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^4+4x$ на отрезке $[-2;2]$.

3. Построить графики функций: а). $y=2-3x^2-x^3$; б). $y=\dfrac{2(x^2+3)}{x^2+x-6}$; в). $y=e^{x-x^2}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=2xy-5x^2-3y^2+2$.

5. Доказать тождество $u''_{xy}-tgy\cdot u'_x=0$, где $u=\dfrac{\sin x}{\cos y}$.

Вариант 6.

1. Вычислите предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-b^x}{tgx}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{x}{1+x^2}$ на отрезке $[-2;2]$.

3. Построить графики функций: а). $y=\dfrac{1}{x}+4x^2$; б). $y=\dfrac{2(x-1)^2}{x^2}$; в). $y=x3^{x^2-4}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=xy(12-x-y)$.

5. Доказать тождество $x^2u''_{xx}-y^2u''_{yy}=0$, где $u=\ln^2 xy$.

Вариант 7.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^3-x^2+1}{2x^3+x+3}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\left(\dfrac{1}{2}x-\sin x\right)$ на отрезке $[0;\pi/2]$.

3. Построить графики функций: а). $y=2x^3-3x^2-4$; б). $y=\dfrac{x^2}{x^2-4}$; в) $y=\ln(x^2-9)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=xy-x^2-y^2+9$.

5. Доказать тождество $u''_{xy}-u''_{yx}=0$, где $u=x^y$.

Вариант 8.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx}{tg5x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3-2x^2+2x-\sqrt{x}$ на отрезке $[1;3]$.

3. Построить графики функций: а). $y=\dfrac{4x^3}{3(x^2+1)}$; б). $y=\dfrac{2x}{\sqrt{x-1}}$; в). $y=\dfrac{1}{e^x-1}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=2xy-3x^2-2y^2+10$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}+u''_{yy}=0$, где $u=arctg(x/y)$.

Вариант 9.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\ln\sin x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x}$ на отрезке $[1;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y=(x-1)^2(x-3)^2$; б). $y=\dfrac{x^3}{1-x^2}$; в). $y=x\ln x$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=x^3+8y^3-6xy+1$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}-4u''_{yy}=0$, где $u=10\sin(2x+5)\sin y$.

Вариант 10.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}x\,ctg\dfrac{x}{3}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^3-12x+7$ на отрезке $[0;3]$.

3. Построить графики функций: а). $y=\dfrac{2x^2}{1+x^2}$; б). $y=\dfrac{x^3+3x^2}{4}-5$; в) $y=\ln(x^2+1)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=y\sqrt{x}-y^2-x+6y$.

5. Доказать тождество $(2x-1)u''_{xy}-2u'_y=0$, где $u=\dfrac{2x-1}{y}$.

Вариант 11.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=1+2x^2-\dfrac{x^4}{4}$ на отрезке $[-3;3]$.

3. Построить графики функций: а). $y=\dfrac{x^2}{x^3-1}$; б). $y=x^2\ln x$; в). $y=(x-2)e^{x-3}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=-xy+x^2+y^2+20+9x-6y$.

5. Доказать тождество $\dfrac{1}{x}u'_x+\dfrac{1}{y}u'_y-\dfrac{u}{y^2}=0$, где $u=\dfrac{y}{(x^2-y^2)^5}$.

Вариант 12.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x+\sqrt{x}$ на отрезке $[0;4]$.

3. Построить графики функций: а). $y=16x^2(x-1)^2$; б). $y=\dfrac{(x-1)^2}{x^2+1}$; в). $y=(1-x)e^x$.

4 .Исследовать на экстремум функцию $z=xy(6-x-y)$.

5. Доказать тождество $x^2u'_x-xyu'_y+y^2=0$, где $u=\dfrac{y^2}{3x}+\arcsin xy$.

Вариант 13.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx - 1/x)$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ на отрезке $[0;4]$.

3. Построить графики функций: а). $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$; б). $y = \dfrac{10x+10}{x^2 - 2x + 1}$; в). $y = \ln(4x^2 - 16)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = -xy + x^2 + y^2 + x + y$.

5. Доказать тождество $u''_{xx} + u''_{yy} = 0$, где $u = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$.

Вариант 14.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to \pi/4}(tgx)^{tg2x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = arctg\dfrac{1-x}{1+x}$ на отрезке $[0;1]$.

3. Построить графики функции: а). $y = 2 - 12x^2 - 8x^3$; б). $y = \dfrac{2x^3+3}{x^2}$; в). $y = e^{3x - x^2}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = xy + x^2 + y^2 - 2x - y$.

5. Доказать тождество $x^2u''_{xx} - 2xyu''_{xy} + y^2u''_{yy} + 2xyu = 0$, где $u = e^{xy}$.

Вариант 15.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to \pi/4} tg2x(tgx - ctgx)$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{10x+10}{x^2+2x+2}$ на отрезке $[-1;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y = -\dfrac{1}{8}(x^3 - 6x^2 + 16)$; б). $y = \dfrac{(x+1)^2}{x^2 + 2x}$; в). $y = x^2e^{-x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = (x-1)^2 + 2y^2$.

5. Доказать тождество $u'_x \cdot u''_{xy} - u'_y \cdot u''_{xx} = 0$, где $u = \ln(x + e^{-y})$.

Вариант 16.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 4$ на отрезке $[-1;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y = x - 2 + \dfrac{4}{x-2}$. б). $y = \dfrac{\ln(4-x^2)}{x}$; в). $y = 4^{2x-x^2}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = xy - 3x^2 - 2y^2$.

5. Доказать тождество $xu''_{xy} - u'_y = 0$, где $u = x/y$.

Вариант 17.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2}{x^2-1} - \dfrac{1}{x-1}\right)$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 + 3$ на отрезке $[-3;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y = 12x^2 - 8x^3 - 2$; б). $y = \dfrac{3x^3}{4x^2 - 1}$; в). $y = e^{x^2 - 2x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + 3(y+2)^2$.

5. Доказать тождество $yu''_{xy} - (1 + y\ln x)u'_x = 0$, где $u = x^y$.

Вариант 18.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to1}\sin(x-1)\cdot tg\dfrac{\pi x}{2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{1+\ln x}{x}$ на отрезке $[1;e]$.

3. Построить графики функции: а). $y=(x-2)(x+1)(x-3)$; б). $y=\dfrac{x}{x+2}$; в). $y=xe^{-x^2+x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=2(x+y)-x^2-y^2$.

5. Доказать тождество $x^2u''_{xx}+2xyu''_{xy}+y^2u''_{yy}=0$, где $u=xe^{\frac{y}{x}}$.

Вариант 19.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tgx-\sin x}{x-\sin x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^2+\dfrac{16}{x}-16$ на отрезке $[1;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y=\dfrac{27}{4}(x^3-x^2)-4$; б). $y=\dfrac{2x}{4-x^2}$; в). $y=x\ln x$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=y\sqrt{x}-2y^2-x+14y$.

5. Доказать тождество $u''_{yy}-a^2u''_{xx}=0$, где $u=\sin(x+ay)$.

Вариант 20.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln\cos2x}{\sin2x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^5-5x^4+5x^3+4$ на отрезке $[-1;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y=x(x+2)(x-1)$; б). $y=\dfrac{4x^3}{3(x^2+1)}$; в) $y=\dfrac{e^{x-1}}{x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=x^3+8y^3-6xy+15$.

5. Доказать тождество $(x-y)u''_{xy}-u'_y=0$, где $u=\cos y+(y-x)\sin y$.

Вариант 21.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to0}(1-e^{2x})ctgx$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)}-1$ на отрезке $[3;6]$.

3. Построить графики функции: а). $y=\dfrac{1}{16}x^2(x-4)^2$; б). $y=\dfrac{x}{x^2-4}$; в). $y=\dfrac{e^{x-2}}{x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=15x-2x^2-xy-2y^2+1$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}+u''_{yy}=0$, где $u=e^x\cos y$.

Вариант 22.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to o}\dfrac{x-arctgx}{x^3}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{1-x+x^2}{1+x-x^2}$ на отрезке $[0;1]$.

3. Построить графики функции: а). $y=(x+2)^3(x-1)$; б). $y=\dfrac{2x^3}{x^2-9}$; в). $y=x\ln(16-4x^2)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=3x^3+3y^3-9xy+10$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}+2u''_{xy}+u''_{yy}-\dfrac{2}{x-y}=0$, где $u=\dfrac{xy}{x-y}$.

Вариант 23.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{b^x-a^x}{tgx}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=2\sqrt{x}-x$ на отрезке $[1;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y=\dfrac{1}{8}(16-6x^2-x^3)$; б). $y=\dfrac{x^2}{x-1}$; в). $y=x^2-2\ln x$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=6(x-y)-3x^2-3y^2$.

5. Доказать тождество $xu'_x+yu'_y-u/2=0$, где $u=\sqrt{x}\sin(y/x)$.

Вариант 24.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi-2arctgx}{e^{3/x}-1}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{4x}{4+x^2}$ на отрезке $[-4;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y=16x^3+12x^2-5$; б). $y=\dfrac{4x^2+5}{x}$; в) $y=e^{-x^3+3x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=4(x-y)-x^2-y^2$.

5. Доказать тождество $xu'_x+yu'_y-0{,}5=0$, где $u=\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$.

Вариант 25.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+1}{5x^5+x+2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{10x}{1+x^2}$ на отрезке $[0;3]$.

3. Построить графики функции: а). $y=16x^3-36x^2+24x-9$; б). $y=\dfrac{x^2}{x-2}$; в). $y=\dfrac{x}{\ln x}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=xy+y^2-x^2-2x-6y+1$.

5. Доказать тождество $xu'_x+2yu'_y=0$, где $u=e^{\frac{y}{x^2}}$.

Вариант 26.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-x}-e^{x}}{\ln(1+x)}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3-x-\dfrac{4}{(x+2)^2}$ на отрезке $[-1;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y=-\dfrac{1}{16}(x-2)^2(x-6)$; б) $y=\dfrac{x^3+2x+1}{x^2}$; в). $y=\ln(9-x^2)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=8x^3-y^3-12xy-1$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}+2u''_{xy}=0$, где $u=arctg(2x-y)$.

Вариант 27.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 1}\sin(x-1)tg\dfrac{\pi x}{2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=32x-x^4$ на отрезке $[-1;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y=(2-x)(1+x)(3-x)$; б). $y=\dfrac{x^3}{4-x^2}$; в). $y=(x-1)\ln(1-x)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=x-10y-x^2+xy+2y^2-8$.

5. Доказать тождество $u''_{xy}+u''_{xx}-\dfrac{1}{x^2}=0$, где $u=\ln\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}\right)$.

Вариант 28.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 1}\sin 2(x-1)tg\dfrac{\pi x}{2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=32x-x^4$ на отрезке $[1;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y=(2-x)(1+x)(3+x)$; б). $y=\dfrac{x^3}{9-x^2}$; в). $y=(x+1)\ln(1+x)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=2x^3-12x^2y+16y^3-9x^2$.

5. Доказать тождество $2u''_{yy}+u''_{xy}=0$, где $u=2\cos^2(x-y/2)$.

Вариант 29.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-arctgx}{x^3}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{1-x+x^2}{1+x-x^2}$ на отрезке $[0;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y=(x-2)^3(x-1)$; б). $y=\dfrac{2x^3}{x^2-9}$; в). $y=\ln(16-4x^2)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=3x^2-6xy-y^3-12x+12y$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}+u''_{yy}=0$, где $u=e^x\cos y$.

Вариант 30.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx - 1/x)$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ на отрезке $[0;4]$.

3. Построить графики функций: а). $y = 2x^3 + 3x^2 - 5$; б). $y = \dfrac{10x+10}{x^2 - 2x + 1}$; в). $y = \ln(4x^2 - 16)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 y - 2y^3 - x^2 - 5y^2$.

5. Доказать тождество $u''_{xy} - u''_{yx} = 0$, где $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2} - artg(y/x)$.

Вариант 31.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{4x}{x^2 + 4}$ на отрезке $[-4;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y = (x-2)(x-1)^2$; б). $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 16}$; в). $y = \ln(16 + 4x^2)$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 2y^2 - 3x^2$.

5. Доказать тождество $u'_x + u'_y = 1$, где $u = \ln(e^x + e^y)$.

Вариант 32.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 4 - x - \dfrac{4}{x^2}$ на отрезке $[1;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y = 3x - x^3$; б). $y = \dfrac{x^3 + 4}{x^2}$; в). $y = \ln\dfrac{x+6}{x} - 1$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = 4(x-y) - x^2 - y^2$.

5. Доказать тождество $u''_{xx} \cdot u''_{yy} - (u''_{yx})^2 = 0$, где $u = \ln(e^x + e^y)$.

Вариант 33.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x}{tg\pi(2+x)}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ на отрезке $[0;4]$.

3. Построить графики функции: а). $y = \dfrac{1}{4}(x^3 + 3x^2) - 5$; б). $y = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$; в). $y = -(1+x)e^{x+2}$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$.

5. Доказать тождество $u''_{xx} + u''_{yy} = 0$, где $u = e^x(x\cos y - y\sin y)$.

Вариант 34.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{\ln(1+2x)}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=8x+\dfrac{4}{x^2}-15$ на отрезке $[1;2]$.

3. Построить графики функции: а). $y=\dfrac{1}{4}(x^3-9x^2)+6x-9$; б). $y=\dfrac{12x}{x^2+9}$; в). $y=2\ln\dfrac{x}{x-4}-3$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=x^2+y^2-2\ln x-18\ln y \quad (x>0, y>0)$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}+u''_{yy}=0$, где $u=\ln\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

Вариант 35.

1. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x}+8$ на отрезке $[-4;-1]$.

3. Построить графики функции: а). $y=-\dfrac{1}{16}(x^2-4)^2$; б). $y=\dfrac{3x^4+1}{x^3}$; в). $y=2\ln\dfrac{x-1}{x}+1$.

4. Исследовать на экстремум функцию $z=4-(x^2+y^2)^{2/3}$.

5. Доказать тождество $u''_{xx}-a^2u''_{yy}=0$, где $u=\dfrac{y}{y^2-a^2x^2}$.