

Расчетно-графическая работа № 5 «Неопределенный и определенный интегралы».

Вариант 1.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

1. $\int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx$. 2. $\int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$. 3. $\int \operatorname{tg}^2 x \frac{1}{\cos^2 x} dx$. 4. $\int \frac{3x - 4}{x^2 - 4} dx$. 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 4x^2}}$. 6. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^8 - 1}}$.
7. $\int \frac{2x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x - 1}} dx$. 8. $\int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x + 5}$. 9. $\int \frac{x - 3}{x^3 - 3x^2 + 2x} dx$.

Найти определенные интегралы.

10. $\int_0^1 \sqrt[3]{1 + 7x} dx$. 11. $\int_{-1}^3 \frac{xdx}{\sqrt{2x + 3}}$. 12. $\int_e^{e^2} \ln x dx$.

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 7x + 10$, $y = -x + 5$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = \ln \sin x$ от $x = \pi/3$ до $x = 2\pi/3$.

Вариант 2.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

1. $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx$. 2. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$. 3. $\int e^{-x^2} x dx$. 4. $\int \frac{x^2}{4 + x^6} dx$. 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 2x^2}}$. 6. $\int \frac{3^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.
7. $\int \frac{x - 4}{\sqrt{-x^2 - 2x + 1}} dx$. 8. $\int \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 + 1} dx$. 9. $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx$.

Найти определенные интегралы.

10. $\int_0^1 \sqrt{4 + 5x} dx$. 11. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{3x + 1}}$. 12. $\int_1^e x \ln x dx$.

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 6x + 5$, $y = 3x - 9$, $x = 8$.

14. Найти длину кривой $y = -x^2 + 2x$ от вершины до точки $x = 2$.

Вариант 3.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

1. $\int \frac{3 - 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$. 2. $\int \frac{(\sqrt[4]{x} - 1)^3}{x} dx$. 3. $\int x \sqrt{3x^2 - 2} dx$. 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 7}}$. 5. $\int \frac{(x - 1) dx}{\sqrt{2x^2 + 5}}$.
6. $\int \frac{xdx}{3x^2 - 4x + 9}$. 7. $\int \frac{\cos x}{4 - 3 \sin^2 x} dx$. 8. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^8 x} dx$. 9. $\int \frac{1}{x^3(x^2 + 1)} dx$.

Найти определенные интегралы.

10. $\int_2^6 \sqrt{5x + 6} dx$. 11. $\int_0^{8/3} \frac{xdx}{\sqrt{3x + 1}}$. 12. $\int_1^e x^2 \ln x dx$.

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 4x - 5$, $y = x - 9$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = \ln x$ от $x = \sqrt{8}$ до $x = \sqrt{15}$.

Вариант 4.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int (x^2 - 3x + 1)^{10} (2x - 3) dx. \quad 2. \int \frac{(\ln x)^4}{x} dx. \quad 3. \int \frac{2 - \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^2}} dx. \quad 4. \int \frac{5x + 3}{\sqrt{3 - x^2}} dx. \quad 5. \int \frac{xdx}{2x^4 + 5}.$$

$$6. \int \frac{2 - 2x}{\sqrt{3 - 4x - x^2}} dx. \quad 7. \int \frac{dx}{3 \sin x - \cos x + 1}. \quad 8. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx. \quad 9. \int \frac{x^3 - x - 1}{x^2 + 2x} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^4 \sqrt{9 + 4x} dx. \quad 11. \int_{-0,5}^2 \frac{xdx}{\sqrt{2x + 5}}. \quad 12. \int_1^e x^3 \ln x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 4x - 5$, $y = x - 9$, $x = 5$.

14. Найти длину кривой $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + \frac{15}{2}$, отсеченной осью Ox .

Вариант 5.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{4 \arctg x - x}{1 + x^2} dx. \quad 2. \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx. \quad 3. \int \left(\frac{3}{x^3} + \frac{4}{x^4} + \frac{5}{x^5} \right) dx. \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x^2}}. \quad 5. \int \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 1} dx.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x - 1}. \quad 7. \int \frac{xdx}{x^4 + 1}. \quad 8. \int \frac{x^3 + 1}{1 - x^3} dx. \quad 9. \int \cos x \cos 6x dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^1 2^{4x-3} dx. \quad 11. \int_0^{7,5} \frac{xdx}{\sqrt{2x + 1}}. \quad 12. \int_0^1 \ln(x + 1) dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 4x - 12$, $y = x - 16$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $\frac{3}{2}x = y^{3/2}$ от точки $O(0;0)$ до точки $A(2\sqrt{3};3)$.

Вариант 6.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \sqrt{\sin x} \cos x dx. \quad 2. \int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx. \quad 3. \int x \cos(x^2) dx. \quad 4. \int \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2}} dx. \quad 5. \int \frac{5x-2}{x^2+4} dx.$$

$$6. \int \frac{3x+1}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx. \quad 7. \int \frac{dx}{x^2(x^2+1)(x+1)}. \quad 8. \int \frac{x}{\sqrt[5]{x+2}} dx. \quad 9. \int \sin^4 \frac{2x}{9} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$1. \int_1^2 3^{5x-4} dx. \quad 11. \int_{16}^{30} \frac{xdx}{\sqrt{0,5x+1}}. \quad 12. \int_2^3 \ln(x-1) dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 4x - 12$, $y = x - 16$, $x = 6$.

14. Найти длину кривой астроида $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$.

Вариант 7.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{1}{x(2+3\ln x)^5} dx. \quad 2. \int \frac{\sin 5x}{\sqrt{3\cos^2 5x - 2}} dx. \quad 3. \int \frac{3\operatorname{tg}^2 x + 4}{\sin^2 x} dx. \quad 4. \int \frac{e^{5\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}} dx. \quad 5. \int \frac{x-4}{3x^2 - 2x - 1} dx.$$

$$6. \int x^2 e^{5x} dx. \quad 7. \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx. \quad 8. \int \cos^2 \frac{3x}{5} \sin^4 \frac{3x}{5} dx. \quad 9. \int \frac{(1 - \sin x)}{\cos x(1 + \cos x)} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^2 5^{2x-1} dx. \quad 11. \int_{14}^{56} \frac{xdx}{2\sqrt{0,5x-3}}. \quad 12. \int_0^1 \ln(x^2 + 1) dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 9x + 8, y = -x - 4, x = 7$.

14. Найти длину кривой $r = 1/\varphi$ от $\varphi = 3/4$ до $\varphi = 4/3$.

Вариант 8.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+3}} dx. \quad 2. \int \frac{ctg^3 10x}{1 - \cos 20x} dx. \quad 3. \int \frac{e^{2x-5}}{3 - e^{4x}} dx. \quad 4. \int \frac{(\arcsin x)^2 + x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \quad 5. \int e^{5x} \cos 3x dx.$$

$$6. \int \frac{1-x}{\sqrt{3-2x-2x^2}} dx. \quad 7. \int \frac{dx}{1-x^4}. \quad 8. \int \frac{1}{8-4\sin x + 7\cos x} dx. \quad 9. \int \sin 4x \cos x dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^2 4^{2x+1} dx. \quad 11. \int_1^5 x^2 \sqrt{x-1} dx. \quad 12. \int_2^3 \ln(x^2 - 1) dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 6x + 9, y = x - 1, x = 1$.

14. Найти длину кривой кардиоиды $r = 3,5(1 - \cos \varphi)$.

Вариант 9.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{7x}{\sqrt[4]{(3x^2-8)^3}} dx. \quad 2. \int \frac{e^{4x}}{5+2e^{4x}} dx. \quad 3. \int \frac{2x-3}{x^2-4} dx. \quad 4. \int \frac{3x+5}{\sqrt{4x^2+1}} dx. \quad 5. \int \frac{x^2 + \ln^2 x}{x} dx.$$

$$6. \int \frac{7x-1}{3x^2-5x+1} dx. \quad 7. \int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx. \quad 8. \int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)(x^2+x+1)} dx. \quad 9. \int \frac{1}{\cos x(1+\sin x)} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^2 e^{4x-3} dx. \quad 11. \int_{0,5}^5 x^2 \sqrt{2x-1} dx. \quad 12. \int_1^8 \sqrt[3]{x} \ln x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 9x + 8, y = -x - 4, x = 0$.

14. Найти длину кривой $r = \sqrt{2} \sin \varphi$.

Вариант 10.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{x + \sqrt{\arctg 3x}}{1 + 9x^2} dx. \quad 2. \int \frac{1 - 2 \sin x}{\cos^2 x} dx. \quad 3. \int \frac{4^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx. \quad 4. \int \frac{3}{6x^2 + 5} dx. \quad 5. \int \frac{2 + 3x}{7x^2 - 3x + 1} dx.$$

$$6. \int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} dx. \quad 7. \int (1 - 6x)e^{2x} dx. \quad 8. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{5 - \cos^2 x}} dx. \quad 9. \int \frac{dx}{x(x+2)(x-3)^2}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^3 e^{2x-1} dx. \quad 11. \int_0^6 \frac{x^2 dx}{\sqrt{0,5x+1}}. \quad 12. \int_1^e \frac{\ln x dx}{x^2}.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 6x + 9, y = x - 1, x = 6$.

14. Найти длину одной арки циклоиды $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$.

Вариант 11.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x^2} \right)^2 dx. \quad 2. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 0.5}} dx. \quad 3. \int \frac{\arctg^3 x + 5x}{1 + x^2} dx. \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{16 - 5x^2}}. \quad 5. \int \frac{2x - 5}{\sqrt{3x^2 - 2}} dx.$$

$$6. \int (x^2 + 2) \cos 2x dx. \quad 7. \int \frac{2x + 1}{3x - 3x^2 + 4} dx. \quad 8. \int \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{(x+1)^2(x^2 + 2)} dx. \quad 9. \int \cos^5 x dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_{-1}^1 e^{2x+3} dx. \quad 11. \int_{36}^{56} \frac{xdx}{4\sqrt{0,25x-5}}. \quad 12. \int_4^9 \sqrt{x} \ln x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 + 2x + 1, y = x + 3, x = -3$.

14. Найти длину кривой $y^2 = 16x$, отсеченной прямой $x = 4$.

Вариант 12.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{dx}{x(\ln x + 1)^7}. \quad 2. \int \frac{2^{3\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx. \quad 3. \int \frac{x^3}{\sqrt{9 - x^8}} dx. \quad 4. \int \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x} dx. \quad 5. \int \frac{3x dx}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$6. \int \sin^2 \frac{x}{3} \cos^5 \frac{x}{3} dx. \quad 7. \int \frac{(6-x)dx}{(x+1)^2(x^2+1)}. \quad 8. \int \frac{1}{e^{4x}} dx. \quad 9. \int \frac{\ln(\ln x)}{x \ln x} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^2 e^{5x-4} dx. \quad 11. \int_{24}^{72} \frac{xdx}{3\sqrt{\frac{x}{3} + 1}}. \quad 12. \int_1^{16} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 + 2x + 1, y = x + 3, x = 2$.

14. Найти длину кривой $5y^3 = x^2$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6$.

Вариант 13.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{5 - 4\operatorname{tg}^2 x}{\sin^2 x} dx. \quad 2. \int \frac{(2\sqrt{x} - x)^3}{x^2} dx. \quad 3. \int x^3 \sqrt{2x^4 + 3} dx. \quad 4. \int \frac{1}{\sqrt{5 - 2x^2}} dx. \quad 5. \int \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x+2}}{x} dx. \quad 7. \int \frac{1}{(x+1)(x^2+4)} dx. \quad 8. \int \cos 2x \sin^2 x dx. \quad 9. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 8}{x(x+2)^3} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx. \quad 11. \int_{7/3}^{14/3} \frac{xdx}{\sqrt{3x+2}}. \quad 12. \int_1^3 xe^x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 7x - 6, y = x - 1, x = 0$.

14. Найти длину кривой $x = 3t^2, y = 3t - t^3, 0 \leq t \leq 1$.

Вариант 14.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \sqrt[3]{\sin x} \cos x dx. \quad 2. \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx. \quad 3. \int \frac{2 + \ln(x+1)}{x+1} dx. \quad 4. \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx. \quad 5. \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} dx.$$

$$6. \int \frac{2x+3}{4x^2+5x+7} dx. \quad 7. \int \frac{2x^2+3x+6}{(x+1)^2(4-x)} dx. \quad 8. \int \cos^6 x dx. \quad 9. \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi/4} \sin 2x dx. \quad 11. \int_{7,5}^{17,5} \frac{0,5xdx}{\sqrt{2x+1}}. \quad 12. \int_1^2 xe^{2x} dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 7x - 6, y = x - 1, x = 6$.

14. Найти длину кривой $r = 6(1 + \sin \varphi), -\pi/2 \leq \varphi \leq 0$.

Вариант 15.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{\cos 5x}{\sqrt{2\sin^2 5x + 7}} dx. \quad 2. \int 3^x \left(3 + \frac{3^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx. \quad 3. \int \frac{dx}{\sqrt{16x^2 - 7}}. \quad 4. \int 2^{2x-5} dx. \quad 5. \int \frac{x+7}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx.$$

$$6. \int \operatorname{tg}^4 2x dx. \quad 7. \int \frac{3x^3 + 4x^2 + 6x}{(x^2+2)(x^2+2x+2)} dx. \quad 8. \int \frac{1}{1 + \sin x + \cos x} dx. \quad 9. \int x \ln(x+2) dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} dx. \quad 11. \int_{10}^{12,5} x \sqrt{0,1x - 1} dx. \quad 12. \int_{\pi/4}^{\pi/2} x \sin x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 4x + 5, y = -x + 9, x = 0$.

14. Найти длину кривой $r = \sqrt{2}e^{\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

Вариант 16.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{dx}{x(1+\ln x)^4} \quad 2. \int \cos 3x \sqrt{2 \sin 3x - 1} dx \quad 3. \int 2^x \left(\frac{2^{-x}}{\sqrt{x^5}} + 3 \right) dx \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{16x^2 + 4}} \quad 5. \int x(2x^2 - 1)^{1/3} dx.$$

$$6. \int \frac{2x+5}{4x^2 - 2x + 1} dx \quad 7. \int \frac{dx}{x(x-1)(x+1)(x+2)} \quad 8. \int \sin 3x \sin 2x \cos 4x dx \quad 9. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{3} dx \quad 11. \int_{-0,25}^{1,75} \frac{xdx}{\sqrt{4x+2}} \quad 12. \int_1^3 xe^{3x} dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 4x + 5$, $y = -x + 9$, $x = 5$.

14. Найти длину кривой $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $0 \leq t \leq 1$.

Вариант 17.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}} dx \quad 2. \int \frac{(\arcsin x)^4 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad 3. \int \frac{1 - \cos^4 x}{\cos^2 x} dx \quad 4. \int \frac{5x-1}{4x-x^2-5} dx \quad 5. \int (4x^2 - 2) \ln x dx.$$

$$6. \int \frac{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x(x^2 + 1)^2} dx \quad 7. \int \frac{3x+2}{\sqrt{3-x-x^2}} dx \quad 8. \int \sin^2 \frac{2x}{9} \cos^2 \frac{2x}{9} dx \quad 9. \int tg^5 \frac{x}{5} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi/6} \sin 3x dx \quad 11. \int_{0,1}^1 x \sqrt{10x-1} dx \quad 12. \int_1^4 xe^{4x} dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 4x + 12$, $y = -x + 16$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = \ln x$ от точки $A(1;0)$ до точки $B(\sqrt{3}; \ln \sqrt{3})$.

Вариант 18.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{(x^2 - 5) dx}{\sqrt[6]{2x^3 - 30x + 1}} \quad 2. \int \frac{e^{4x}}{5 + 2e^{4x}} dx \quad 3. \int \frac{3x-1}{2x^2+3} dx \quad 4. \int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx \quad 5. \int \frac{3x+5}{6x+x^2-1} dx.$$

$$6. \int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x + 4}{1+x^3} dx \quad 7. \int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3} \quad 8. \int (1 + 2 \cos x)^3 dx \quad 9. \int \frac{dx}{x(x+1)^2}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi/4} \cos 2x dx \quad 11. \int_6^{65} \frac{xdx}{5\sqrt{0,2x+3}} \quad 12. \int_{\pi,4}^{\pi,2} x \cos x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 4x + 12$, $y = -x + 16$, $x = 6$.

14. Найти длину кривой $y^2 = 9 - x$, $y = -3$, $y = 0$.

Вариант 19.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{(\arctg x)^{50} - 2x}{1+x^2} dx. \quad 2. \int \frac{dx}{\sqrt{6+3x^2}}. \quad 3. \int \frac{\cos 2x}{4-\sin^2 2x} dx. \quad 4. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx. \quad 5. \int \frac{(3^x-6)dx}{\sqrt{3^x}}.$$

$$6. \int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{4-3x-x^2}}. \quad 7. \int x \ln(x^2-4) dx. \quad 8. \int \frac{dx}{(x^2+2)(x-1)^2}. \quad 9. \int \sin^3 x \cos^4 x dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{3} dx. \quad 11. \int_{13,5}^{21} \frac{xdx}{9\sqrt{2x/3-5}}. \quad 12. \int_0^{\pi/2} x \sin 2x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 9x - 8, y = x + 4, x = 0$.

14. Найти длину кривой $x = \ln \cos y, 0 \leq y \leq \pi/3$.

Вариант 20.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{x^3+x}{x^4+1} dx. \quad 2. \int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx. \quad 3. \int \frac{2^{3/x}}{x^2} dx. \quad 4. \int \frac{x + \sqrt{\arctg 3x}}{1+9x^2} dx. \quad 5. \int \frac{dx}{\sqrt{7-3x^2}}.$$

$$6. \int \frac{3x+7}{2x^2-3x+4} dx. \quad 7. \int \sqrt[3]{x} \ln^2 x dx. \quad 8. \int \frac{2x^3+6x^2+7x+2}{x(x+1)^3} dx. \quad 9. \int \frac{\cos x}{\sin^8 x} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi/6} \cos 3x dx. \quad 11. \int_{3/4}^6 \frac{xdx}{\sqrt{x/3+2}}. \quad 12. \int_0^{\pi/2} x \cos 2x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = -x^2 + 9x - 8, y = x + 4, x = 7$.

14. Найти длину кривой $r = 3(1 + \sin \varphi), -\pi/6 \leq \varphi \leq 0$.

Вариант 21.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \left(\frac{2x}{\sqrt[3]{x}} - 3\sqrt[4]{x^3} + \frac{4}{x^7} \right) dx. \quad 2. \int x \cos^2 x^2 dx. \quad 3. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \cos^2 \sqrt[3]{x}}. \quad 4. \int \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2} dx. \quad 5. \int \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}.$$

$$6. \int x \arctg \frac{x}{3} dx. \quad 7. \int \frac{3x+4}{\sqrt{1-3x-x^2}} dx. \quad 8. \int \frac{dx}{1+\sin x}. \quad 9. \int \frac{dx}{(x^2-2x)^2}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^1 \frac{dx}{1+8x}. \quad 11. \int_{19/4}^7 \frac{xdx}{\sqrt{4x-3}}. \quad 12. \int_0^{\pi/2} x \sin 3x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 6x + 5, y = -x + 1, x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = \frac{2}{5}x^4\sqrt{x} - \frac{2}{3}\sqrt[4]{x^3}$ между точками пересечения с осью Ox

Вариант 22.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{4 - 2\operatorname{ctg}^2 x}{\sin^2 x} dx. \quad 2. \int \frac{(\sqrt{x} - 2)^3}{x^2} dx. \quad 3. \int \frac{2e^x}{3 + 2e^{2x}} dx. \quad 4. \int \frac{2x + 3}{\sqrt{3x^2 + 1}} dx. \quad 5. \int \frac{dx}{(x^2 + 1)\sqrt{\operatorname{arctg} x + 1}}.$$

$$6. \int \frac{(\cos x + 2)\sin x dx}{\sqrt{2 - 2\cos x + \cos^2 x}}. \quad 7. \int \frac{dx}{x^3 - 4x}. \quad 8. \int \frac{dx}{3 + 5\cos x}. \quad 9. \int \frac{dx}{\sqrt[6]{1 - 4x}}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^1 \frac{dx}{3 + 6x}. \quad 11. \int_{0,5}^{4,5} \frac{3x dx}{\sqrt{2,5x + 1}}. \quad 12. \int_0^{\pi/2} x \cos 3x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 8x + 12, y = -x + 2, x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = 1 - \ln \cos x, 0 \leq x \leq \pi/6$.

Вариант 23.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{(\ln x)^6}{x} dx. \quad 2. \int \frac{3 - \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^2}} dx. \quad 3. \int \frac{6x - 1}{\sqrt{2 - x^2}} dx. \quad 4. \int \frac{xdx}{3x^4 + 7}. \quad 5. \int (x + 2)2^x dx.$$

$$6. \int \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 7} dx. \quad 7. \int \frac{x + 1}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)} dx. \quad 8. \int \cos^7 x dx. \quad 9. \int \frac{dx}{3 + 5\cos x}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^4 \frac{dx}{9 + 4x}. \quad 11. \int_{0,5}^3 \frac{xdx}{\sqrt{2x + 3}}. \quad 12. \int_{1/2}^1 \arcsin x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 + x - 2, y = x + 2, x = 3$.

14. Найти длину кривой $x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t, 0 \leq t \leq \pi/4$.

Вариант 24.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x + 2}}. \quad 2. \int \frac{\cos^2(\ln x)}{x} dx. \quad 3. \int \frac{dx}{(x^2 + 1)\sqrt{\operatorname{arctg} x + 1}}. \quad 4. \int (3x - 4)^{40} dx. \quad 5. \int \frac{\operatorname{ctg}^7 4x}{1 - \cos 8x} dx.$$

$$6. \int \frac{xdx}{1 - x - 2x^2}. \quad 7. \int \frac{dx}{x^3 - 4x}. \quad 8. \int (x - 1)e^{-2x} dx. \quad 9. \int \frac{3x^3 + 9x^2 + 10x + 2}{(x - 1)(x + 1)^3} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_2^6 \frac{dx}{5x + 6}. \quad 11. \int_0^{7/4} \frac{xdx}{\sqrt{4x + 9}}. \quad 12. \int_0^{1/2} \arcsin 2x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 10x + 9, y = x - 9, x = 0$.

14. Найти длину кривой $r = 5e^{5/12\varphi}, -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

Вариант 25.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{(x-1)dx}{\sqrt[5]{(x^2-2x+5)^2}}. \quad 2. \int \cos 5x e^{2 \sin 5x} dx. \quad 3. \int \frac{2^{x+3}}{\sqrt{4^x+81}} dx. \quad 4. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx. \quad 5. \int \operatorname{ctg}^5 7x dx.$$

$$6. \int \frac{(3x+2)dx}{\sqrt{x^2-3x+1}}. \quad 7. \int \frac{xdx}{(x^2-4)(x^2+9)}. \quad 8. \int \cos^4 \frac{2x}{7} \sin^2 \frac{2x}{7} dx. \quad 9. \int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^4 (x^2 + \sqrt{x}) dx. \quad 11. \int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{5x-1}}. \quad 12. \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 + 6x + 5, y = -x - 5, x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = \sqrt{x-1}$ от точки $A(1;0)$ до точки $B(2;1)$.

Вариант 26.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{xdx}{(5-3x^2)^7}. \quad 2. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg} 3x-4}}{9x^2+1} dx. \quad 3. \int \frac{dx}{2 \cos^2 x + 3 \sin^2 x}. \quad 4. \int \frac{4x+3}{5-2x^2+x} dx. \quad 5. \int \operatorname{tg}^6 4x dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx. \quad 7. \int \frac{x^4-1}{x^3+4x} dx. \quad 8. \int \cos x 3^{2-3 \sin x} dx. \quad 9. \int x^2 4^x dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^8 (x^3 + \sqrt[3]{x}) dx. \quad 12. \int_0^7 \frac{xdx}{\sqrt[3]{x+1}}. \quad 13. \int_0^{1/2} \operatorname{arctg} 2x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 6x + 5, y = x - 5, x = 0$.

14. Найти длину кривой $r = 2 \sin^3 \frac{\varphi}{3}, 0 \leq \varphi \leq 3\pi$.

Вариант 27.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \sin 4x 2^{\cos^2 2x+1} dx. \quad 2. \int x^2 (7-2x^3)^4 dx. \quad 3. \int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx. \quad 4. \int \frac{2 \cdot 3^{x+2}}{\sqrt{9^x+16}} dx. \quad 5. \int (\cos^2 3x + 5)^7 \sin 6x dx.$$

$$6. \int (7x-10) \sin 4x dx. \quad 7. \int \frac{xdx}{\sqrt{3x^2-2x-4}}. \quad 8. \int \cos^3 \frac{7x}{4} \sin^2 \frac{7x}{4} dx. \quad 9. \int \frac{(1-x)dx}{x(x^2+x+1)}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_4^9 (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx. \quad 11. \int_1^{8/5} x \sqrt{5x-4} dx. \quad 12. \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 10x + 16, y = -2x + 9, x = 10$.

14. Найти длину кривой $x = 4 \cos t + 3 \sin t, y = 4 \sin t - 3 \cos t, 0 \leq t \leq \pi/2$.

Вариант 28.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \sqrt{\frac{\arcsin^5 \frac{x}{2}}{4-x^2}} dx. \quad 2. \int \sqrt{\sin 2x + 1} \cos 2x dx. \quad 3. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[6]{7-x^3}}. \quad 4. \int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx. \quad 5. \int \frac{2^{x-3}}{1+4^x} dx.$$

$$6. \int \frac{4x dx}{3x^2 + 2x - 4}. \quad 7. \int (1-5x^2) \sin x dx. \quad 8. \int \frac{1}{5-4\sin x + 3\cos x} dx. \quad 9. \int \frac{(x^2 - 2x) dx}{x^3 + 6x^2 + 9x}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^8 \left(x^4 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx. \quad 11. \int_1^{11/6} \frac{x dx}{\sqrt{6x-2}}. \quad 12. \int_0^{1/2} x \operatorname{arctg} 2x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 11x + 18$, $y = -4x + 12$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $y = \ln(1-x^2)$ от $x = 0$ до $x = \pi/6$.

Вариант 29.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^2} dx. \quad 2. \int \frac{1 - \cos x}{\cos^2 x} dx. \quad 3. \int \operatorname{ctg}^2 x \frac{1}{\sin^2 x} dx. \quad 4. \int \frac{5x + 3}{x^2 - 4} dx. \quad 5. \int \frac{dx}{\sqrt{3-16x^2}}. \quad 6. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 - 1}}.$$

$$7. \int \frac{1-x}{x^2 - 3x + 2} dx. \quad 8. \int \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x + 5}. \quad 9. \int \frac{3-x}{(x+2)^2(x^2+1)} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^{\pi/8} \operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) dx. \quad 11. \int_1^{9/2} \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x-1}}. \quad 12. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 12x + 20$, $y = -3x + 12$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$, $0 \leq t \leq 1$.

Вариант 30.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + \frac{1}{x^2 \sqrt{x}} \right) dx. \quad 2. \int \frac{dx}{\cos^2 3x(1 - \operatorname{tg}^2 3x)}. \quad 3. \int e^{-x^2+1} x dx. \quad 4. \int \frac{x^2}{4-x^6} dx. \quad 5. \int \frac{dx}{\sqrt{5+3x^2}}.$$

$$6. \int \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx. \quad 7. \int \frac{(x+8) dx}{x^3 - 3x^2 + 2x}. \quad 8. \int \frac{2x+5}{x^3 - x^2 + 2x - 2} dx. \quad 9. \int \frac{\sin 2x}{2(1 + \sin^2 x)} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_{3\pi/8}^{\pi/2} \operatorname{ctg} \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) dx. \quad 11. \int_0^3 x \sqrt{x+1} dx. \quad 12. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2 - 13x + 22$, $y = -6x + 16$, $x = 0$.

14. Найти длину кривой $r = 3(1 - \cos \varphi)$, $-\pi \leq \varphi \leq -\pi/2$.

Вариант 31.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{x + \sqrt{\operatorname{arctg} 4x}}{1 + 16x^2} dx. \quad 2. \int \frac{1 + 2 \sin x}{\cos x} dx. \quad 3. \int \frac{7^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx. \quad 4. \int \frac{4}{8x^2 + 5} dx. \quad 5. \int \frac{(3x + 4) dx}{2x^2 - 3x + 3}.$$

$$6. \int \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{2} dx. \quad 7. \int (1 + 2x)e^{3x} dx. \quad 8. \int \frac{\sin 2x}{2\sqrt{5 + \cos^2 x}} dx. \quad 9. \int \frac{2x + 5}{x^3 - x^2 + 2x - 2} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^3 e^{3x-2} dx. \quad 11. \int_0^8 \frac{x^2 dx}{\sqrt{0,5x + 1}}. \quad 12. \int_1^e \frac{\ln x dx}{x^3}.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = 3 + 2x - x^2$, $y = 3 - 4x + x^2$.

14. Найти длину одной арки циклоиды $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$.

Вариант 32.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \left(\frac{1}{x\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x} \right)^2 dx. \quad 2. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 3}} dx. \quad 3. \int \frac{1}{\sqrt[3]{1 - 7x}} dx. \quad 4. \int \frac{dx}{\sqrt{4 + 5x^2}}. \quad 5. \int \frac{2x - 5}{\sqrt{2 - 3x^2}} dx.$$

$$6. \int (x^2 + 1) \cos 3x dx. \quad 7. \int \frac{(8 - x) dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}. \quad 8. \int \frac{(2x^3 - 40x - 8) dx}{x(x + 4)(x - 2)}. \quad 9. \int \sin^5 x dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^1 e^{2x-3} dx. \quad 11. \int_{36}^{56} \frac{(x + 2) dx}{4\sqrt{0,25x - 5}}. \quad 12. \int_4^9 \sqrt[3]{x} \ln x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = (x - 2)^3$, $y = 4x - 8$.

14. Найти длину кривой $y^2 = 9x$, отсеченной прямой $x = 4$.

Вариант 33.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{dx}{x(\ln x - 2)^5}. \quad 2. \int \frac{3^{2\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx. \quad 3. \int \frac{x^3}{\sqrt{7 - x^8}} dx. \quad 4. \int \frac{\sqrt{x - 4}}{x} dx. \quad 5. \int \frac{1 - x}{\sqrt{4x + 3 - x^2}} dx.$$

$$6. \int \sin^3 \frac{x}{3} \cos^4 \frac{x}{3} dx. \quad 7. \int \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^3 - x} dx. \quad 8. \int \frac{1}{e^{5x}} dx. \quad 9. \int \frac{\ln(\ln x - 1)}{x(\ln x - 1)} dx.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^2 e^{-5x-4} dx. \quad 11. \int_9^{24} \frac{xdx}{3\sqrt{\frac{x}{3} + 1}}. \quad 12. \int_1^8 \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$.

14. Найти длину кривой $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$, $1 \leq x \leq 2$.

Вариант 34.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt[7]{5x+2}}. \quad 2. \int \frac{\sin^2(\ln x)}{x} dx. \quad 3. \int \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{\operatorname{arccctg}x+3}}. \quad 4. \int (4x-3)^{50} dx. \quad 5. \int \frac{\operatorname{ctg}^7 5x}{1-\cos 10x} dx.$$

$$6. \int \frac{5x+4}{3+4x-x^2} dx. \quad 7. \int \frac{x^4-2x^3+3x+4}{1+x^3} dx. \quad 8. \int (x+3)\sin 3x dx. \quad 9. \int \frac{dx}{(2+x)(x-3)}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_1^2 \frac{dx}{5x+4}. \quad 11. \int_0^4 \frac{xdx}{\sqrt{4x+9}}. \quad 12. \int_0^{1/4} \operatorname{arcsin} 2x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

14. Найти длину кривой $y = -\ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/6$.

Вариант 35.

Вычислить интегралы и в 1-5 проверить правильность вычисления.

$$1. \int \frac{(x+1)dx}{\sqrt[3]{(x^2+2x+3)^2}}. \quad 2. \int \cos 7xe^{2\sin 7x} dx. \quad 3. \int \frac{2^{x+5}}{\sqrt{4^x+25}} dx. \quad 4. \int \frac{\arccos \sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx. \quad 5. \int \operatorname{ctg}^4 5x dx.$$

$$6. \int \frac{2x-1}{\sqrt{4x^2-2x+5}} dx. \quad 7. \int \frac{x^3+5x^2+12x+4}{(x+2)^2(x^2+4)} dx. \quad 8. \int \cos^2 \frac{2x}{5} \sin^4 \frac{2x}{5} dx. \quad 9. \int \frac{dx}{\cos x + 2\sin x + 3}.$$

Найти определенные интегралы.

$$10. \int_0^8 (x^2 + \sqrt[3]{x}) dx. \quad 11. \int_1^5 \frac{dx}{x + \sqrt{2x-1}}. \quad 12. \int_0^1 \operatorname{arccctg} x dx.$$

13. Найти площадь, ограниченную следующими кривыми: $y = (x+1)^2$, $y^2 = x+1$.

14. Найти длину кривой $y = 1 - \ln \sin x$, $\pi/3 \leq x \leq \pi/2$.