

Контрольная работа № 4 «Дифференциальные уравнения».

Вариант 1.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0$, $y(0) = 1$. 2. $(x + 2y)dx - xdy = 0$.

3. $y' - \frac{2y}{x+1} = e^x(x+1)^2$, $y(0) = 1$. 4. $2(x + y^4)dy = ydx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y''(2y + 3) - 2(y')^2 = 0$. 6. $y'' = 1/x$.

Вариант 2.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $\operatorname{ctg}xy' + y = 2$, $y(0) = 1$. 2. $\frac{x}{\sqrt{1-y^2}}dx + \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}dy = 0$. 3. $(\sqrt{xy} + y)dx = xdy$.

4. $(2e^y - x)dy = dx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = x \sin x$, $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$. 6. $x^3y'' + x^2y' = 1$.

Вариант 3.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$, $y(2) = 0$. 2. $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$. 3. $y' + y \cos x = \cos x$, $y(0) = 1$.

4. $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)dy = dx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = 1/x^2$. 6. $yy'' + (2y')^2 = 0$.

Вариант 4.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $xy' + y = y^2$, $y(1) = 0,5$. 2. $\cos \sqrt{x}dx - \sqrt{x}dy = 0$. 3. $xy' = y - xe^{y/x}$.

4. $(2x + y)dy = ydx + 4 \ln ydy$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y''' = 60x^2$. 6. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

Вариант 5.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$, $y(0) = 1$. 2. $\left(\frac{x+3y}{2x}\right)dx = dy$.

3. $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$. 4. $(3x - y^2)dy = ydx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $2yy'' = (y')^2$, $y(-1) = 4$; $y'(-1) = 1$. 6. $xy'' - y' = e^x x^2$.

Вариант 6.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(\sqrt{xy} - \sqrt{x})dx + (\sqrt{xy} + \sqrt{y})dy = 0$. 2. $xy' + 2y = x$, $y(0) = 0$. 3. $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$.

4. $(2y \ln y + y - x)dy = ydx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $2y'' = 3y^2$, $y(-2) = 1$; $y'(-2) = -1$. 6. $y'' + 2x(y')^2 = 0$.

Вариант 7.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y' = e^{x+y}$. 2. $x dy - \left(y - x \operatorname{tg} \frac{y}{x} \right) dx = 0$. 3. $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y(1) = 1$.

4. $(x \cos y + a \sin 2y) dy = dx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = 4 \cos 2x$, $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$. 6. $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$.

Вариант 8.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $dx - \sqrt{1-x^2} dy = 0$, $y(0) = \pi/2$. 2. $(y^2 + x^2)y' = 2xy$. 3. $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$,
 $y(3) = 4$. 4. $(2x - y^2) dy = 2y dx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $2(y')^2 = (y-1)y''$. 6. $(1+x^2)y'' + 2xy' = x^2$.

Вариант 9.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y dx + (1+x^2) dy = 0$. 2. $dx - \sqrt{1-x^2} dy = 0$. 3. $x^3 dy = y(y^2 + x^2) dx$.

4. $(e^{-y^2/2} - xy) dy - dx = 0$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1)$. 6. $y'' y^3 = 1$.

Вариант 10.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(y\sqrt{x} - 2\sqrt{x})y' - y = 0$, $y(4) = 1$. 2. $y' = e^{y/x} + y/x$. 3. $xy' + x^2 - xy - y = 0$.

4. $e^y dx + (xe^y - 2y) dy = 0$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = xe^{-x}$, $y(0) = 1$; $y'(0) = 0$. 6. $2yy'' = 1 + (y')^2$.

Вариант 11.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(1+x^2)y' - 2xy = 6x$, $y(1) = -1$. 2. $xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right)$, $y(1) = e^{-1/2}$. 3. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.

4. $y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $2xy'' = y'$. 6. $2yy'' = (y')^2$.

Вариант 12.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(y^2 - 1)dx + (1-x)^3 dy = 0$, $y(0) = 0$. 2. $xy' + xe^{y/x} - y = 0$.

3. $(x^2 + y^2 + xy)dx - x^2 dy = 0$. 4. $(x + 2 \cos y) \sin y dy = \cos y dx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$. 6. $y'' = 1 - (y')^2$.

Вариант 13.

Найти общие решения или решения задач Коши.

$$1. \cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy = 0, y(\pi/6) = \pi/3. \quad 2. xdy = y \cos\left(\ln \frac{y}{x}\right) dx.$$

$$3. (xy' - 1) \ln x = 2y. \quad 4. (2x - y^2) dy + y dx = 0.$$

Решить понижением порядка уравнения.

$$5. (x - 3)y'' + y' = 0. \quad 6. 2yy'' = (y')^2.$$

Вариант 14.

Найти общие решения или решения задач Коши.

$$1. (xy^2 - y^2) dx - (yx^2 + x^2) dy = 0, y(1) = 1. \quad 2. y' = \frac{y+1}{x}.$$

$$3. (4x - 3y) dx + (2y - 3x) dy = 0. \quad 4. (y^4 e^y + 2x) y' = y.$$

Решить понижением порядка уравнения.

$$5. y'' = y' e^y, y(0) = 0; y'(0) = 1. \quad 6. y'' \operatorname{tg} x = y' + 1.$$

Вариант 15.

Найти общие решения или решения задач Коши.

$$1. \frac{y}{y'} = \ln y, y(2) = 1. \quad 2. (y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0. \quad 3. xy' + (x+1)y = 3x^2 e^{-x}.$$

$$4. y^2 dx - (2xy + 3) dy = 0.$$

Решить понижением порядка уравнения.

$$5. \sin^4 x \cdot y'' = \sin 2x. \quad 6. 2xy'' = y'.$$

Вариант 16.

Найти общие решения или решения задач Коши.

$$1. y' = 2\sqrt{y} \ln x, y(e) = 1. \quad 2. (y^4 - 2x^3 y) dx + (x^4 - 2xy^3) dy = 0, y(3) = 4.$$

$$3. (a^2 + x^2) y' + xy = 1. \quad 4. y^2 (y^2 + 4) dx + 2xy (y^2 + 4) dy = 2dy.$$

Решить понижением порядка уравнения.

$$5. (x+1)y'' + y' = 0. \quad 6. 2yy'' = 1 + (y')^2.$$

Вариант 17.

Найти общие решения или решения задач Коши.

$$1. \frac{yy'}{x} + e^y = 0, y(1) = 0. \quad 2. xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y. \quad 3. x(x+2y) dx + (x^2 - y^2) dy = 0.$$

$$4. (xy + \sqrt{y}) dy + y^2 dx = 0.$$

Решить понижением порядка уравнения.

$$5. (1 - x^2)y'' - xy' = 2. \quad 6. yy'' - y'(1 + y') = 0.$$

Вариант 18.

Найти общие решения или решения задач Коши.

$$1. y' = 2^{x-y}, y(-3) = -5. \quad 2. (xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x. \quad 3. (y + x^2) dx = x dy.$$

$$4. 2(x + y^4) y' = y.$$

Решить понижением порядка уравнения.

$$5. y'' x \ln x = y'. \quad 6. yy'' = y^2 y' + (y')^2.$$

Вариант 19.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y' \sin x = y \ln y$, $y(\pi/2) = 1$. 2. $(5x - 2y)dy = (8x + 5y)dx$. 3. $x dy = (y - x^2)dx$.
4. $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y$. 6. $xy'' = y'$.

Вариант 20.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y' = -\sqrt{\frac{y}{x}}$, $y(1) = 1$. 2. $y \sin \sqrt{x} dx - \sqrt{x} dy = 0$. 3. $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x$.
4. $dx + (xy - y^3)dy = 0$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$. 6. $y''' = 24/(x + 2)^5$.

Вариант 21.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y' + \sin(x + y) = \sin(x - y)$. 2. $(1 - x)dy - ydx = 0$, $y(0) = 1$.
3. $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$, $y(2) = 1$. 4. $dx = (\sin y + 3 \cos y + 3x)dy$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' + y'tgx = \sin 2x$. 6. $y''' = 8x^3$, $y(1) = 2$; $y'(1) = 1$; $y''(1) = 1$.

Вариант 22.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(x^2 + 1)y' - x^4 = 0$, $y(0) = 2$. 2. $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y})$. 3. $xy' - 2y = x^3 \cos x$.
4. $y^2 dx + (xy - 1)dy = 0$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y''(x - 1) - y' = 0$, $y(2) = 2$; $y'(2) = 1$. 6. $y'' = \sin 3x$, $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$.

Вариант 23.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $y dy = \frac{1 - 2x}{y} dx$, $y(2) = 3$. 2. $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$. 3. $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.
4. $e^{y^2} (dx - 2xydy) = ydy$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $xy'' + y' + x = 0$, $y(0) = 0$; $y'(0) = 0$. 6. $1 + (y')^2 = 2yy''$, $y(1) = 1$; $y'(1) = 1$.

Вариант 24.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $2x^2 y dy + y^2 dx = 2dx$, $y(1) = 1$. 2. $tgx \sin^2 y dx + \cos^2 x ctgy dy = 0$.
3. $xy dy = (8x^2 + y^2)dx$. 4. $8(4y^3 + xy - y)y' = 1$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y''y^2 = 1$, $y(1/2) = 1$; $y'(1/2) = 1$. 6. $xy'' + y' - x - 1 = 0$.

Вариант 25.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $xyy' = 1 - x^2$, $y(1) = 1$.
2. $4xydy - y^2dx - 3x^2dx = 0$.
3. $y' \cos x + y \sin x = -\cos x$.
4. $2 \ln y dy = ydx - xdy$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0$, $y(0) = 0$; $y'(0) = 3$.
6. $1 + (y')^2 = 2yy''$, $y(1) = 1$; $y'(1) = 1$.

Вариант 26.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(y + 5)dx - 4xdy = 0$, $y(2) = -4$.
2. $(x^2 - y^2)dy = 2xydx$.
3. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y$.
4. $(x - \ln y)y' = y/2$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y''y^2 = 1$, $y(1/2) = 1$, $y'(1/2) = 1$.
6. $xy'' - y' = e^x x^2$.

Вариант 27.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $2x\sqrt{1 - y^2} dx = dy(1 + x^2)$, $y(0) = \pi/2$.
2. $(x + 2y)dx - xdy = 0$.
3. $y'\sqrt{1 - x^2} + y = \arcsin x$.
4. $2y^2 dx + (x + e^{1/y})dy = 0$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' + 2x(y')^2 = 0$.
6. $y'' \operatorname{ctg} x = y' + 1$.

Вариант 28.

Найти общие решения.

1. $(x^2 + 1)dy - x^4 y dx = 0$.
2. $xy' = x + y/2$.
3. $(2x + 1)y' = 4x + 2y$.
4. $(y^2 + 2y - x)y' = 1$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $(y + 1)y'' + (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.
6. $x^2 y'' = y'^2$

Вариант 29.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $x^2 dy \cos y + dx = 0$, $y(1/2) = \pi/2$.
2. $xdy - y(1 + \ln y - \ln x)dx = 0$.
3. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}$, $y(0) = 0$.
4. $dx = (\sin y + 3 \cos y + 3x)dy$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = \sqrt{1 + y'^2}$.
6. $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$.

Вариант 30.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $2yx^2 dy = (1 + x^2)dx$.
2. $y' = \frac{y + 2\sqrt{xy}}{x}$.
3. $y' \cos x - y \sin x = 2x$, $y(0) = 0$.
4. $(x + y^2)dy = ydx$.

Решить понижением порядка уравнения.

5. $xy'' = (1 + 2x^2)y'$.
6. $2xy'y'' = y'^2 - 1$.

Вариант 31.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $(1-x)dy - ydx = 0, y(0) = 1.$ 2. $y^2 + x^2 y' = xy y'.$ 3. $x(y^2 - 4)dx + ydy = 0.$

4. $ydx - xdy = y^2 \cos y dy.$

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = 2x \ln x.$ 6. $y'' = \sqrt{1 + y'^2}.$

Вариант 32.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $\sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0.$ 2. $1 = (2x + e^y - y)y'.$ 3. $ydx + (\sqrt{xy} - x)dy = 0, y(1) = 1.$

4. $yy' \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0, y(0) = 0.$

Решить понижением порядка уравнения.

5. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}.$ 6. $3y'y'' = 2y.$

Вариант 33.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} yy' = 0, y(\pi/2) = 1.$ 2. $x^2 dy = (y^2 - xy + x^2)dx.$ 3. $y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x.$

4. $y = (2y^3 - 3y - 4x)y'$

Решить понижением порядка уравнения.

5. $y'' = \sqrt{1-y'^2}.$ 6. $yy'' = y' + y'^2.$

Вариант 34.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $xy' + y \ln y = 0, y(1) = 1.$ 2. $y' = \frac{x+2y}{2x-y}.$ 3. $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0.$

4. $dx - x \operatorname{ctg} y dy = 2y \sin y dy.$

Решить понижением порядка уравнения.

5. $yy'' = 1 + y'^2.$ 6. $y''(x+2)^5 = 1.$

Вариант 35.

Найти общие решения или решения задач Коши.

1. $e^y(1+x^2)y' - 2x(1+e^y) = 0.$ 2. $xy' - y = yy', y(-1) = 1.$ 3. $yx' - x = -2x \ln \frac{x}{y}.$

4. $1 = (2xy + y^3)y'.$

Решить понижением порядка уравнения.

5. $xy'' = y' + x^2.$ 6. $2yy'' = 1 + y'^2$