

### Занятие 3. Системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод и правило Крамера.

Система линейных уравнений третьего порядка имеет вид

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

1. **Правило Крамера:** если определитель матрицы системы не равен 0, то система имеет единственное решение, которое определяется по формулам

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta},$$

где  $\Delta$  – определитель матрицы системы;  $\Delta_k$  – определитель, получаемый из определителя  $\Delta$  заменой  $k$ -го столбца столбцом свободных членов,  $k = 1, 2, 3$ .

2. **Матричный способ:** система линейных уравнений в матричной форме имеет вид  $AX = B$ , где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Решение матричного уравнения определяется формулой  $X = A^{-1}B$ .

#### Задачи.

1. Решить каждую систему уравнений по правилу Крамера и матричным способом.

$$1). \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases} \quad 2). \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases} \quad 3). \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$

#### Дополнительные задачи.

1. Решить систему уравнений по правилу Крамера и матричным способом:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = -2, \\ x_2 - 3x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$$

#### Задачи для самостоятельной работы. Данко, ч.1. Гл.І, пар.5.

1. Решить каждую систему уравнений по правилу Крамера и матричным способом.

$$1). \begin{cases} x + y + 3z = -5, \\ 2x - 3y + z = 0, \\ 3x + 2y - z = 5. \end{cases} \quad 2). \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 3). \begin{cases} x + 2y - z = 6, \\ 3x - y + 3z = -7, \\ 2x + y - 2z = 9. \end{cases}$$